

## بررسی اثر گل حفاری بر ارتعاشات ساقه‌های مته

پژوهش نفت

سال بیست و دوم  
شماره ۷۲  
صفحه ۸۴-۷۴، ۱۳۹۱  
تاریخ دریافت مقاله: ۹۰/۲/۲۴  
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۱/۱۰/۱۰

رضا کاظمی، علی اصغر جعفری و محمد فرجی مهیاری\*  
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مکانیک  
farajimahyari@yahoo.com

واژه‌های کلیدی: ساقه مته، گل حفاری، ارتعاشات، کماتش، تماس با دیواره

### مقدمه

عمل حفاری معمولاً برای دسترسی به منابع زیرزمینی آب، نفت و یا گاز انجام می‌شود. در حین حفاری، گل به داخل چاه تزریق می‌شود. عمل تزریق گل، برای خنک‌کاری سرمته، انتقال مواد تراشیده شده توسط سرمته به سطح و همچنین غلبه فشار هیدرواستاتیک سیال بر فشار دیواره و جلوگیری از ریزش دیواره در چاه، استفاده می‌شود. عمل تزریق گل بدین صورت است که گل حفاری از مجرای داخلی ساقه مته به داخل چاه پمپ می‌شود و از انتهای آن خارج شده و عمل خنک‌کاری سرمته را انجام می‌دهد. سپس به همراه مواد تراشیده شده توسط سرمته، از فضای بین دیواره چاه و ساقه مته به سمت بالا حرکت کرده و از چاه خارج می‌شود.

1. Drill Bit
2. Hydrostatic
3. Drill String

### چکیده

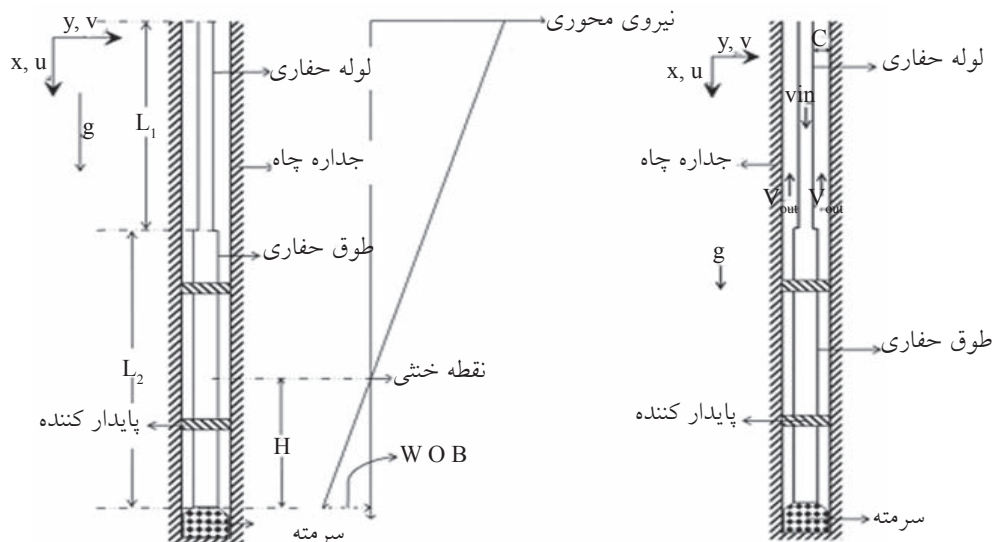
در این مقاله، تأثیر وجود گل حفاری و سرعت حرکت آن بر ارتعاشات ساقه مته، مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر ارتعاشات طولی و عرضی ساقه مته با در نظر گرفتن نیروی وزن، نیروی وارد شده از کف و دیواره چاه و نیروهای وارد شده از طرف سیال، استخراج شده است. این معادلات از طریق نوشتن معادلات انرژی‌های پتانسیل و جنبشی سیستم و به دست آوردن کار انجام شده توسط نیروهای خارجی بر روی سیستم حاصل شده است. سپس به کمک روش جمع حالت‌ها و استفاده از رابطه لاگرانژ، معادلات با مشتقات جزئی سیستم، به معادلات با مشتقات زمانی تبدیل شده است. با انجام این کار، دبی‌های گل حفاری و نیروهای محوری وارده از کف چاه که می‌توانند باعث کماتش در ساقه‌های مته شوند، محاسبه شده‌اند. فرکانس طبیعی و نیروی محوری و دبی‌های لازم برای کماتش، با مقدار ارائه شده در مراجع مطابقت دارند. نتایج حاصل نشان دهنده آن است که فرکانس طبیعی ساقه مته با افزایش دبی گل کاهش می‌یابد. همچنین گل حفاری مانند یک جرم و میرایی معادل عمل کرده و با افزایش سرعت آن، اثر جرم و میرایی آن بیشتر شده و ارتعاشات ساقه مته در هر دو حالت زیر کماتش و فرا کماتش، زودتر میرا می‌شود.

لغزش<sup>۳</sup> سرمته در سنگ و وارد آمدن ضربه‌های پیچشی به ساقه مته و ضربه‌های وارده به ساقه مته در اثر جهش سرمته در هنگام رها شدن از تماس با سنگ باعث مضاعف شدن پیچیدگی بررسی ارتعاشات ساقه‌های مته شده است.

در شکل ۱، نمای کلی یک ساقه مته نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، نیروی محوری در طول ساقه مته تغییر می‌کند. بدین ترتیب قسمت انتهایی آن، تحت فشار و قسمت بالایی آن، تحت کشش قرار دارد. نقطه‌ای در میانه ساقه مته وجود دارد که نه تحت فشار است و نه تحت کشش. این نقطه، نقطه خنثی<sup>۴</sup> نامیده می‌شود که محل قرارگیری آن، تاثیر بسزایی در عملکرد ساقه مته دارد. با بالا آمدن نقطه خنثی از کف چاه، طول بیشتری از ساقه مته تحت اثر نیروی فشاری قرار می‌گیرد و امکان کماتش آن تحت اثر نیروی محوری به وجود می‌آید. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در ساقه‌های مته قسمت‌هایی به نام پایدارکننده‌ها<sup>۵</sup> وجود دارد که در روی قسمت طوق مته<sup>۶</sup> نصب می‌شود. وظیفه پایدارکننده‌ها جلوگیری از حرکت طوق مته در راستای عرضی می‌باشد. دلیل نصب پایدارکننده‌ها این است که در قسمت طوق مته ارتعاشات کمتر شود و در عملکرد سرمته، خللی ایجاد نشود.

بررسی ارتعاشات ایجاد شده در ساقه مته همانند دیگر ماشین‌های دوار، از اهمیت خاصی برخوردار است. ارتعاشات، یکی از عوامل مؤثر بر میزان عمر و همچنین عملکرد ساقه‌های مته می‌باشد. ارتعاشات موجود در ساقه مته می‌تواند باعث ایجاد خستگی<sup>۱</sup> در آن شود که اگر این مقدار خستگی از حد مجاز فراتر رود، باعث شکست در ساقه مته می‌شود. قیمت زیاد ساقه مته، مشکلات خارج کردن ساقه مته شکسته شده از چاه و همچنین صدمات جبران‌ناپذیری که در اثر شکست ساقه مته به چاه وارد می‌شود، باعث شده شرکت‌های حفاری توجه زیادی به بررسی ارتعاشات ساقه‌های مته نمایند. همچنین ارتعاشات ایجاد شده در ساقه مته می‌تواند نرخ نفوذ آن در زمین را کاهش دهد و یا باعث انحراف ساقه مته از مسیر از پیش تعیین شده گردد.

در ساقه‌های مته به طور هم زمان ارتعاشات طولی، عرضی و پیچشی وجود دارد. پیوستگی بین این سه نوع ارتعاش، باعث پیچیدگی مطالعه ارتعاشات ساقه مته شده و مدل‌سازی کامل ارتعاشات ساقه‌های مته را با مشکل روبرو می‌کند. در ضمن وجود تماس ساقه مته با دیواره چاه، طول زیاد ساقه مته و احتمال کماتش<sup>۲</sup> آن در قسمت‌های انتهایی، وجود گل حفاری در اطراف و داخل ساقه مته، چسبش -



شکل ۱- نمای کلی یک ساقه مته

1. Fatigue
2. Buckling
3. Stick-slip
4. Neutral Point
5. Stabilizers
6. Drill Collar

قرار داده‌اند. البته در این پژوهش، اثر گل حفاری، تماس با دیواره و اصطکاک دیواره لحاظ نشده و تنها اثر نقطه خنثی بر فرکانس طبیعی ساقه مته و پاسخ زمانی آن در راستای عرض، مورد بررسی قرار گرفته است.

در زمینه برهم کنش بین سازه و سیال نیز مقالات زیادی ارائه شده است که به روش‌های مختلف، به مدل‌سازی این اثر پرداخته‌اند. از بین مقالات ارائه شده در این زمینه، مقالاتی که توسط Paidoussis ارائه شده‌اند [۶] و [۷] مناسب‌ترین مقالات برای بررسی اثر گل حفاری بر ارتعاشات ساقه‌های مته می‌باشند. در این پژوهش‌ها یک فرمول تحلیلی برای اثر برهم کنش بین سیال و سازه، در لوله‌ای که از داخل آن جریان سیال عبور می‌کند، ارائه شده است. همچنین فرمول تحلیلی برای استوانه‌ای که در داخل استوانه‌ای دیگر قرار دارد و فضای مابین آن‌ها توسط سیال پر شده است، نیز به دست آمده است. این روابط در عین کوتاه بودن، تمام اثرات جرم، میرایی و فنریت معادل سیال را دارا بوده و با توجه به نیازهای کاربر، برای مدل‌سازی ارتعاشات ساقه مته کافی می‌باشند.

همان‌طور که اشاره شد، در مقالات ارائه شده در زمینه ارتعاشات ساقه‌های مته، به دلیل پیچیدگی‌های موجود، معمولاً اثر گل حفاری یا مدل نشده است و یا به صورت یک میرایی و یک جرم اضافه در نظر گرفته شده است. در این کارها، اثر سرعت گل حفاری بر مقدار میرایی و جرم اضافی معادل آن لحاظ نشده است. در این مقاله سعی شده تا اثر وجود گل و تأثیر دبی (سرعت) آن بر ارتعاشات، فرکانس طبیعی و پایداری عرضی ساقه مته مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور، روابط انرژی جنبشی و پتانسیل یک ساقه مته استخراج گردیده و به کمک روش جمع حالت‌ها<sup>۱</sup> و فرمول لاگرانژ، روابط حاکم بر ارتعاشات ساقه‌های مته در دامنه زمان به دست آورده شده است. کار انجام شده توسط نیروی وزن ساقه مته و نیروی وارده از کف چاه نیز محاسبه شده است. تأثیر نیروی وارده

مقالات زیادی در زمینه بررسی ارتعاشات ساقه‌های مته ارائه شده است. Jansen در تحقیقات خود به بررسی رفتار ارتعاشی ساقه مته به صورت یک روتور پرداخته و اثر تماس با دیواره و اصطکاک با آن را بر رفتار دورانی ساقه مته مورد مطالعه قرار داده است [۱ و ۲]. او جرم و میرایی سیال را با جرم و میرایی به دست آمده از آزمایشات مدل کرده است و در کار خود اثر دبی گل حفاری بر ارتعاشات ساقه مته را مورد بررسی قرار نداده است. او در نتایج خود به بررسی حرکت جلو رونده<sup>۱</sup> و عقب رونده<sup>۲</sup> ساقه‌های مته پرداخته و اثر پارامترهای مختلف بر آن را به دست آورده است.

Christoforou و Yigit در مقاله خود [۳]، به بررسی توامان ارتعاشات طولی و عرضی ساقه مته تحت اثر نیروی محوری پرداخته‌اند. در این تحقیق، از کل ساقه مته تنها طوق مته مدل شده و لوله حفاری<sup>۲</sup> در مدل‌سازی وارد نشده است. این محققین اثر گل حفاری را به صورت جرم و میرایی معادل در نظر گرفته و اثر دبی گل بر ارتعاشات طولی و عرضی را مدل نکرده‌اند.

در این پژوهش، ساقه مته به صورت یک تیر در نظر گرفته شده که از طریق نیروی محوری وارده از ته چاه و توسط چرخش ساقه مته تحریک می‌شود. در ضمن، اثر تماس با دیواره نیز به کمک مدل تنش تماسی هرترز<sup>۳</sup> در این کار لحاظ شده است. این محققین به بررسی کمانش در ساقه مته تحت اثر نیروی محوری پرداخته و برای دو حالت خطی و غیرخطی، بار لازم برای کمانش ساقه مته را به دست آورده‌اند. Christoforou و Yigit در کار دیگری [۴] به بررسی ارتعاشات یک ساقه مته که دارای دوران نیز می‌باشد، پرداخته‌اند و در کنار ارتعاشات طولی و عرضی ساقه مته، ارتعاشات پیچشی آن را نیز لحاظ نموده‌اند. ایشان در حقیقت کار قبلی خود را در این تحقیق کامل کرده است. در این پژوهش نیز، اثر سیال فقط با یک جرم و میرایی معادل، مدل شده و اثر دبی گل بر ارتعاشات ساقه مته مدل نشده است.

Al-naser و Khuleif در کار خود [۵] به بررسی ارتعاشات طولی، عرضی و پیچشی ساقه مته به صورت یک رتور پرداخته و رفتار ژبروسکوپیک ساقه مته را مورد مطالعه

1. Forward
2. Backward
3. Drill Pipe
4. Hertzian Contact Stress
5. Rotor
6. Mode Summation

فرکانس دوران ساقه مته خواهد بود [۳]. در ضمن در این مقاله، اثر کوتاه‌شدگی هندسی<sup>۳</sup> نیز در معادله انرژی پتانسیل لحاظ شده است.

### فرمول‌بندی مسأله

معادلات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی ساقه مته (مطابق شکل ۱) تحت اثر ارتعاش در راستای طولی و عرضی

$$\Pi = \frac{1}{2} E \left( \int_0^{L_1} A_1 \left( u' + \frac{1}{2} (v')^2 \right) dx + \int_{L_1}^{L_2} A_2 \left( u' + \frac{1}{2} (v')^2 \right) dx + \int_0^{L_1} I_1 (v'')^2 dx + \int_{L_1}^{L_2} I_2 (v'')^2 dx \right) \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} \rho_s A_1 (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dx + \frac{1}{2} \int_{L_1}^{L_2} \rho_s A_2 (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dx \quad (2)$$

در این معادلات،  $u$  جابه‌جایی ساقه مته در راستای طول و  $v$  جابه‌جایی آن در راستای عرضی و  $\rho_s$  چگالی ماده ساقه مته می‌باشد. همچنین  $E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان اینرسی و  $A$  سطح مقطع ساقه مته می‌باشد. به دلیل تغییر ناگهانی در سطح مقطع و خواص هندسی ساقه مته، انتگرال‌های انرژی روی قسمت طوق مته و لوله حفاری جدا شده‌اند. اندیس‌های ۱ و ۲ نیز مطابق شکل ۱ به ترتیب نشان دهنده لوله حفاری و طوق مته می‌باشند. در معادله انرژی پتانسیل (رابطه ۱)، اثر کوتاه‌شدگی هندسی در راستای طولی تحت اثر ارتعاشات عرضی نیز لحاظ شده است. این اثر به کمک رابطه ۳ در معادلات آمده است. این جمله در معادلات ارتعاشی سیستم در دامنه زمان، تولید جملات غیرخطی می‌کند. در بخش نتایج، اثر کوتاه‌شدگی هندسی (معادل جملات غیرخطی در معادله ارتعاشی سیستم) بر روی ارتعاشات عرضی نشان داده خواهد شد.

$$u + \underbrace{\frac{1}{2} (v')^2}_{\text{geometrical shortening}} \quad (3)$$

همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره شد، برای نیروهای وارده از طرف سیال، از مدل ارائه شده توسط Paidoussis استفاده می‌شود.

از طرف سیالی که در داخل و خارج ساقه مته جریان دارد نیز، به کمک روابط ارائه شده توسط Paidoussis در معادلات لحاظ شده است. در ضمن اثر نیروی هیدرواستاتیک سیال و نیروی اصطکاک سیال و جداره ساقه مته و دیواره چاه به صورت جداگانه مدل شده است. اثر تماس با دیواره نیز به کمک تنش هرتز در معادلات منظور شده است.

در این مقاله از فرضیات ساده شونده‌ای نیز استفاده شده که بدین صورت می‌باشند: فرض می‌شود که ساقه مته و چاه به صورت صاف و عمودی بوده و هیچ انحنايي ندارند. از تأثیر ارتعاشات دورانی بر ارتعاشات عرضی صرف نظر می‌شود. این فرض با توجه به کم بودن سرعت دورانی ساقه مته (حداکثر ۳۰۰ RPM) فرض خوبی بوده و خطای چندانی در نتایج ایجاد نمی‌کند [۳]. ساقه مته به صورت تیر اویلر-برنولی مدل می‌شود. در ضمن گل حفاری به صورت سیال نیوتونی در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که ساقه مته به صورت همگن بوده و همواره رفتار الاستیک از خود نشان می‌دهد. تماس با دیواره در ساقه مته به کمک تنش هرتز مدل می‌شود و به دلیل دو بعدی بودن مسأله، اصطکاک بین ساقه مته و جداره چاه مدل نمی‌شود. پایدارکننده‌ها به صورت پیم و لغزنده در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین در برابر ارتعاشات طولی مقاومتی ندارند و آزادانه حرکت می‌کنند. همچنین از فاصله لقی بین پایدارکننده‌ها و جداره چاه صرف نظر شده و فرض می‌شود که ساقه مته در محل پایدارکننده‌ها و در راستای عرضی توانایی حرکت ندارد. نیروی تحریکی که از طریق کف چاه به ساقه مته وارد می‌شود، به مکان نقطه خنثی بستگی دارد. در اثر دوران سرمته در کف چاه و عبور تیغه‌های آن از روی سنگ، نیرویی که در راستای عمودی به ساقه مته وارد می‌شود، تغییر می‌کند. این تغییر نیرو باعث جابه‌جا شدن مکان نقطه خنثی در ساقه مته می‌شود. در این مقاله، نیروی تحریک وارده از کف چاه به کمک ارتفاع نقطه خنثی از کف چاه که با حرف  $H$  نمایش داده می‌شود، بیان می‌گردد (یعنی نیروی وارده از کف چاه برابر با نیروی وزن ساقه مته به طول  $H$  می‌باشد). در ضمن فرکانس نیروی تحریک وارده از کف چاه، بسته به این که سرمته از نوع PDC<sup>۱</sup> و یا RC<sup>۲</sup> باشد، به ترتیب ۱ و ۳ برابر

1. Polycrystalline Diamond Compact  
2. Reverse Circulation  
3. Geometrical Shortening

۴ و ۶ در نظر گرفته نشده‌اند [۶ و ۷]: و باید به صورت جداگانه در معادلات لحاظ شوند.

برای محاسبه نیروی اصطکاک، از توان پمپی که گل را به داخل چاه تزریق می‌کند، استفاده می‌شود. توان این پمپ، برای غلبه بر اصطکاک بین گل و جداره لوله و جداره چاه مصرف می‌شود. به دلیل این که یک لایه گل بر روی ساقه مته و جداره چاه رسوب می‌کند، می‌توان با دقت خیلی زیادی، ضریب اصطکاک بین سیال و جداره چاه و جداره ساقه مته را یکسان فرض کرد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_p = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \rho_f C_p (V_{in}^3 A_{in} + V_{out}^3 A_{out}) \quad (۸)$$

در رابطه بالا  $W_p$  توان پمپ تزریق کننده گل و  $C_p$  ضریب اصطکاک بین گل و دیگر اجزاء می‌باشد که ثابت در نظر گرفته شده است. تنها مجهول این رابطه، ضریب اصطکاک  $C_p$  است که می‌توان آن را به دست آورد.

نیروی شناوری سیال (تغییر در فشار هیدرواستاتیک) نیز از طریق کم کردن چگالی گل حفاری از چگالی ماده ساقه مته در حین محاسبه کردن نیروی وزن ساقه مته مدل می‌شود.

$$F_{ax} = (\rho_s - \rho_f) g A \quad (۹)$$

همچنین نیروی وارده از طریق دیواره نیز به کمک تنش تماسی هرتز که به صورت غیرخطی می‌باشد، مدل شده

$$F_{cont}(y,t) = \begin{cases} -K_h (|v(x,t) - C|)^{\frac{3}{2}} & v(x,t) > C \\ 0 & |v(x,t)| < C \\ +K_h (|v(x,t) - C|)^{\frac{3}{2}} & v(x,t) < -C \end{cases} \quad \text{است.} \quad (۱۰)$$

در رابطه بالا  $C$  شعاع چاه و  $K_h$  ضریب تنش هرتز می‌باشد که برای ساقه مته مقدار آن برابر با  $3/67 \times 10^{11}$  در نظر گرفته می‌شود [۳ و ۴]:

با انتخاب شکل حالت مناسب برای جابه‌جایی طولی و عرضی ساقه مته به طوری که شرایط مرزی اجباری را ارضاء کنند، داریم:

$$u(x,t) = u_s(x,t) + \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \eta_i(t) \quad (۱۱)$$

$$v(x,t) = \sum_{j=1}^m \psi_j(x) q_j(t) \quad (۱۲)$$

پارامترهای  $\phi$ ،  $\psi$  و  $\eta$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$u_s(x,t) = \begin{cases} \frac{-P(t)x}{EA_1} + \frac{\rho g}{E} x \left( L - \frac{x}{2} \right) & 0 \leq x \leq L_1 \\ \frac{-P(t)}{E} \left( \frac{L_1}{A_1} + \frac{x-L_1}{A_2} \right) + \frac{\rho g}{E} x \left( L - \frac{x}{2} \right) & L_1 < x \leq L \end{cases} \quad (۱۳)$$

این معادلات شرط جامع و مانع بودن را دارا بوده و در عین سادگی، تمام نیازهای موجود در زمینه مطالعه اثر گل حفاری بر ارتعاشات عرضی ساقه مته را برآورده می‌کنند. معادلات نیروی وارده از طریق جریان داخلی و خارجی گل به ساقه مته که توسط Paidoussis ارائه شده، مطابق زیر می‌باشند [۶ و ۷]:

$$F_i = -M \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_{in} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 v \quad (۴)$$

$$M = \frac{\pi}{4} \rho_f (D_{in})_i^2 \quad i=1,2 \quad (۵)$$

$$F_o = -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_{out} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 v \quad (۶)$$

$$(m_f)_i = \frac{\pi}{4} (D)_i^2 \rho_f (C_M)_i \quad i=1,2 \quad (۷)$$

در روابط بالا، اندیس  $I$  مربوط به جریان داخلی گل حفاری و اندیس  $O$  مربوط به جریان خارجی گل حفاری می‌باشد.  $V_{in}$  سرعت گل حفاری در داخل ساقه مته است که به سمت پایین می‌باشد.  $V_{out}$  سرعت گلی است که از بین جداره خارجی ساقه مته و دیواره چاه به سمت بالا حرکت می‌کند.  $\rho_f$  چگالی سیال،  $M$  و  $m_f$  به ترتیب جرم معادل گل داخل و خارج ساقه مته و  $D$  قطر لوله و طوق مته می‌باشد. همچنین  $C_M$  یک ضریب تصحیح برای جرم معادل سیال در بین ساقه مته و جداره چاه می‌باشد که به نسبت قطر ساقه مته به قطر چاه بستگی دارد [۶ و ۷]:

معادلات (۴) و (۶) اگر بسط داده شده و برای یک تیر ساده به کار گرفته شوند، دارای جمله‌ای می‌باشند که باعث کماتش در آن می‌شوند. آن جمله به صورت  $V^2 (\partial^2 v / \partial x^2)$  می‌باشد که دقیقاً با جمله  $P^2 (\partial^2 v / \partial x^2)$  در تیری که تحت اثر نیروی محوری قرار دارد، یکسان است. همان‌طور که یک تیر در اثر نیروی محوری فشاری زیاد کماتش می‌کند، تیری که در داخل سیال قرار دارد، می‌تواند برای مقدار خاصی از سرعت سیال کماتش کرده و ناپایدار شود [۶ و ۷]. پس ساقه مته می‌تواند به دو دلیل کماتش کند: یکی به دلیل نیروی فشاری وارده از کف چاه و دیگری به دلیل دبی زیاد و به تبع آن سرعت زیاد گل حفاری در داخل و خارج ساقه مته.

نیروی اصطکاک جریان گل در داخل و خارج ساقه مته و نیروی تغییر فشار استاتیکی در اثر وزن سیال، در معادلات

$$[M^{uu}]\{\ddot{\eta}\} + \{M^{pu}\}\ddot{P} + [K^{uu}]\{\eta\} + \{K^{pu}\}P + \quad (18)$$

$$\{K^{gu}\}g + \frac{1}{2}[[K^{uvv}]\{q\}]\{q\} = \{F^L\} + \{F^P\}$$

در معادلات ۱۷ و ۱۸ جملاتی وجود دارد که ارتعاشات طولی را به ارتعاشات عرضی و همچنین ارتعاشات عرضی را به ارتعاشات طولی ارتباط می‌دهند. این همبستگی<sup>۱</sup> بین ارتعاشات طولی و عرضی، به دلیل در نظر گرفتن اثر کوتاه‌شدگی هندسی در رابطه انرژی پتانسیل (رابطه ۱) به وجود آمده است. در ضمن در هر کدام از معادلات (۱) نیز، توان‌های بالاتری از مختصات‌های تعمیم یافته<sup>۲</sup> وجود دارند که سبب غیرخطی شدن معادلات بالا می‌شوند. به دلیل غیرخطی بودن، معادلات بالا دارای حل تحلیلی نیستند و باید با روش‌های عددی نظیر رانگ کوتا حل گردند.

### به دست آوردن معیار پایداری

پایداری سیستم ارتعاشی ساقه مته را می‌توان به کمک مشتق‌گیری از انرژی پتانسیل آن بررسی کرد [۹]. سپس از آن نسبت به مختصات‌های کلی مشتق می‌گیریم. با انجام این کار، دو سری معادلات ماتریسی به دست می‌آید.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - W_{q_i} = [K^{vv}]\{q\} + [K^{pvv}]\{q\}P + [K^{gvv}]\{q\}g + \quad (19)$$

$$[[K^{uvv}]\{q\}]\{\eta\} + \frac{1}{2}[[[K^{vvvv}]\{q\}]\{q\}]\{q\} - ([K^I] + [K^O] + [K^N] + [K^S] + [K^T])\{q\} - \{F^c\} = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \eta_j} - W_{\eta_j} = [K^{uu}]\{\eta\} + \{K^{pu}\}P + \{K^{gu}\}g +$$

$$\frac{1}{2}[[[K^{uvv}]\{q\}]\{q\} - \{F^L\} - \{F^P\} = 0 \quad (20)$$

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad (14)$$

$$\psi_j(x) = \sin\left(\frac{j\pi x}{L}\right) \quad (15)$$

در رابطه ۱۱ به منظور افزایش نرخ همگرایی جواب به مقدار مطلوب از عبارت  $u_s(x,t)$  استفاده شده است. با استفاده از جابه‌جایی استاتیک تیر در حالت دینامیک می‌توان جواب دینامیکی سیستم را با دقت کافی و با استفاده از تعداد کمتری از توابع  $\phi$  به دست آورد. به عبارت دیگر، با استفاده از خیز استاتیک، نرخ همگرایی جواب دینامیکی به مقدار واقعی افزایش پیدا می‌کند [۸].

اثر پایدارکننده‌ها نیز به صورت شکل ۲ در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر پایدارکننده‌ها با یک فنر با ضریب فنریت خیلی زیاد مدل شده است.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = W_{\xi} \quad (16)$$

با جاگذاری شکل حالت‌های در نظر گرفته شده برای جابه‌جایی‌های طولی و عرضی در معادلات انرژی، انتگرال‌گیری از آن و محاسبه کار انجام شده توسط نیروهای خارجی و سپس با استفاده از رابطه لاگرانژ ۱۶، معادلات حاکم بر ارتعاشات طولی و عرضی ساقه مته که به صورت غیرخطی می‌باشد، به صورت زیر به دست می‌آید:

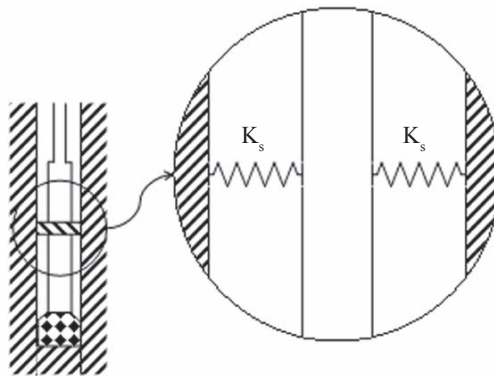
$$[M^{vv}]\{\ddot{q}\} + [K^{vv}]\{q\} + [K^{pvv}]\{q\}P + [K^{gvv}]\{q\}g + \quad (17)$$

$$[[K^{uvv}]\{q\}]\{\eta\} + \frac{1}{2}[[[K^{vvvv}]\{q\}]\{q\}]\{q\}$$

$$= ([M^I] + [M^O])\{\ddot{q}\} + ([K^I] + [K^O] +$$

$$[K^N] + [K^S] + [K^T])\{q\}$$

$$+ ([C^I] + [C^O] + [C^N] + [C^D])\{\dot{q}\} + \{F^c\}$$



شکل ۲- مدل‌سازی پایدارکننده‌ها به کمک فنرهایی با ضریب فنریت خیلی بزرگ

۳ پایدار کننده در مختصات‌های ارائه شده در رابطه ۲۷ می‌باشد.

$$x_s = 1100, 1140, 1175(m) \quad (27)$$

در شکل ۳ نمودار آستانه کمانش ساقه مته تحت اثر نیروی محوری (ارتفاع نقطه خنثی) و دبی گل حفاری تزریق شده نمایش داده شده است. این نمودار که در حقیقت مرز بین پایداری و ناپایداری ساقه مته را نشان می‌دهد، به کمک رابطه ۲۶ رسم شده است. با داشتن ارتفاع نقطه خنثی و دبی گل حفاری و مراجعه به شکل ۳، اگر نقطه کاری، بالای منحنی باشد، ساقه مته ناپایدار و اگر پایین منحنی قرار داشته باشد، ساقه مته پایدار خواهد بود.

همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، با افزایش نیروی محوری وارده از کف چاه (معادل افزایش ارتفاع نقطه خنثی از کف چاه)، دبی گل لازم برای ایجاد کمانش در ساقه مته کاهش می‌یابد و در نقطه‌ای در سمت راست نمودار، با دبی گل برابر با صفر، ساقه مته دچار کمانش می‌شود  $[H=84(m)]$ . به عبارت دیگر در آن‌جا نیروی محوری فشاری به قدری زیاد بوده که ساقه مته تحت اثر آن دچار کمانش شده است.

یک نکته قابل توجه دیگر در این نمودار، این است که در ارتفاع  $H=80(m)$ ، دبی گل لازم برای ناپایداری ساقه مته حدود  $120 \text{ lit/s}$  می‌باشد که حدوداً دو برابر مقدار دبی گلی است که در حالت معمول در عملیات حفاری استفاده می‌شود. پس این نتیجه را می‌توان گرفت که دبی گل حفاری، تاثیر چندانی بر ناپایداری ساقه مته ندارد و معمولاً ناپایداری‌های ایجاد شده در ساقه مته، تحت تاثیر نیروی محوری وارده از کف چاه می‌باشد. در ضمن در حالتی که چگالی سیال برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود (حذف اثر سیال)، بار لازم برای کمانش برابر با ارتفاع  $H=71(m)$  به دست می‌آید که با مقدار ارائه شده در مرجع [۵] برابر می‌باشد.

$$H=25+10_{\sin}(4\pi t)m \quad (28)$$

در شکل ۴ اثر جملات غیر خطی معادلات ارتعاشی سیستم (روابط ۱۷ و ۱۸)، بر پاسخ زمانی ساقه مته نمایش داده شده است. این نمودار برای دو حالت وجود و عدم وجود جملات غیرخطی رسم شده است.

البته این معادلات را می‌توان به کمک حذف جملات مربوط به مشتقات زمانی در معادلات مربوط به ارتعاش سیستم نیز به دست آورد. ریشه‌های این معادلات نشان دهنده نقاط تعادل سیستم می‌باشد. ریشه‌های این معادلات عبارتند از:

$$\{q\} = \{0\} \quad (21)$$

$$\{\eta\} = [K^{uu}]^{-1} (\{F^L\} + \{F^p\} - \{K^{Pu}\}P - \{K^{gu}\}g) \quad (22)$$

ریشه به دست آمده در رابطه ۲۱ نشان دهنده صاف بودن ساقه مته در حالت تعادل است که جوابی بدیهی می‌باشد. حال باید به بررسی پایداری نقاط تعادل سیستم پرداخت. این کار به کمک بررسی مشتق دوم معادله انرژی پتانسیل در نقاط تعادل انجام می‌گیرد.

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_i \partial q_j} = [K^{vv}] + [K^{Pvv}]P + [K^{gvv}]g + [K^{uvv}]\{\eta\} - \quad (23)$$

$$([K^I] + [K^O] + [K^N] + [K^S] + [K^T])$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q \partial \eta_j} = [K^{uvv}]\{q\}|_{\{q\}=0} = [0] \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial \eta_i \partial \eta_j} = [K^{uu}] \quad (25)$$

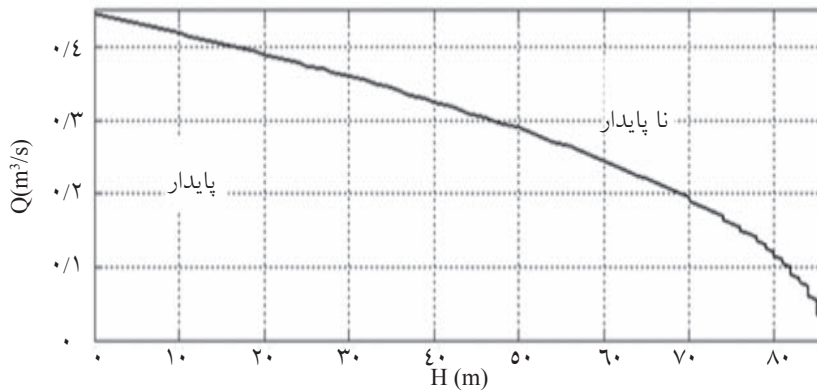
با انجام این کار، رابطه زیر به دست می‌آید که شرط پایداری سیستم می‌باشد.

$$\det \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_i \partial q_j} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q \partial \eta_j} \\ \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \eta_i \partial q_j} & \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \eta_i \partial \eta_j} \end{bmatrix} > 0 \quad (26)$$

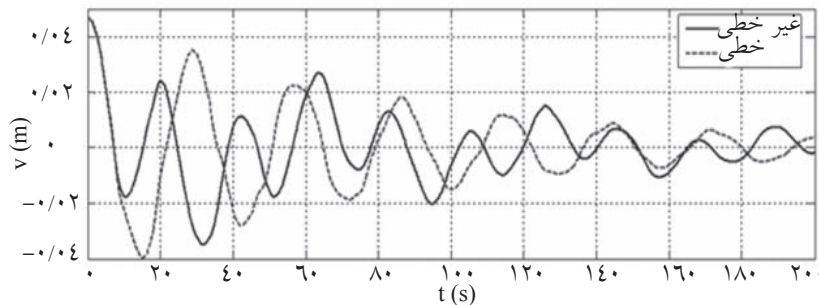
در رابطه بالا، اگر دترمینان مثبت معین باشد، نقطه تعادل سیستم پایدار است و اگر منفی باشد نقطه تعادل سیستم، ناپایدار خواهد بود. این شرط را می‌توان برای دبی‌های مختلف گل حفاری و نیروهای محوری وارده از کف چاه، بررسی کرد و معیاری برای آستانه پایداری ساقه مته به دست آورد.

## نتایج

داده‌های به کار برده شده در مدل‌سازی مربوط به مرجع [۵] می‌باشد. طول این ساقه مته  $1200 \text{ m}$  است و دارای



شکل ۳- نمودار نشان دهنده حالت پایدار و ناپایدار ساقه مته برای نیروهای محوری و دبی‌های مختلف گل حفاری



شکل ۴- تفاوت ایجاد شده بین پاسخ زمانی نقطه میانی لوله حفاری در حل معادلات خطی و غیرخطی حاکم بر ارتعاشات آن در پاسخ به شرایط اولیه و نیروی تحریک رابطه ۲۸ و  $Q=10 \text{ lit/s}$

به  $100$ ، فرکانس طبیعی سیستم فقط به میزان  $2\%$  کاهش می‌یابد. در جدول ۱ فرکانس طبیعی ساقه مته در ارتعاشات عرضی در حالتی که چگالی گل حفاری برابر با صفر فرض شده نیز ارائه شده است. در این حالت مقادیر به دست آمده با مقادیر ارائه شده در مرجع [۵] یکسان می‌باشد. در این جدول نیز  $\omega_{n2}$  فرکانس طبیعی ساقه مته در حالتی است که دبی گل برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. این جدول مربوط به حالت  $H=0$  می‌باشد. همچنین با یکسان در نظر گرفتن سطح مقطع طوق مته و لوله حفاری و حذف پارامترهایی همچون جاذبه زمین، جریان خارجی گل و نیروی اصطکاک از روابط حاکم بر سیستم، دبی بدون بعد بحرانی برای ناپایداری ساقه مته  $Q=35.4$  به دست آمد که با مقدار ارائه شده در مرجع [۶] برابر می‌باشد. در عبارت بالا دبی بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شود.

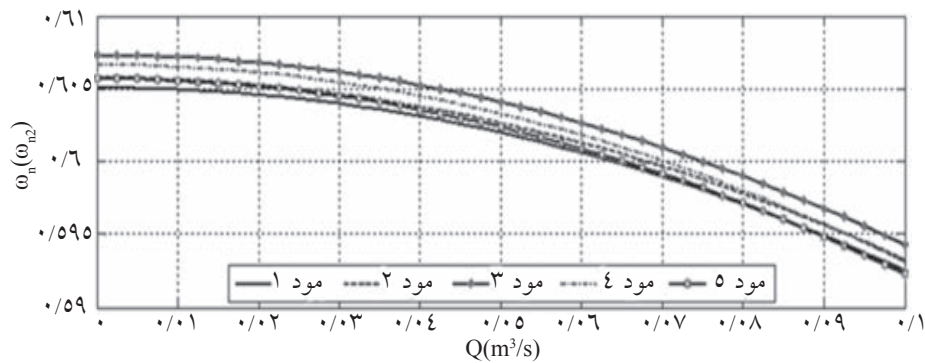
$$\bar{Q} = \frac{Q\omega^2}{V_m^3}, \quad \omega^2 = \frac{\pi^4 EI}{\rho AL^4} \quad (29)$$

اثر دبی (سرعت) گل حفاری بر پاسخ زمانی ساقه مته به شرط اولیه نیز، در شکل ۶ نمایش داده شده است.

همان‌طور که در این نمودار مشاهده می‌شود، بین جواب حالت خطی و غیرخطی تفاوت زیادی وجود دارد و این تفاوت، نشان دهنده تأثیر زیاد جملات غیر خطی بر پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی می‌باشد. پس بر خلاف تیرهای کوتاه که می‌توان از اثر کوتاه‌شدگی هندسی صرف‌نظر نمود، در ساقه‌های مته به دلیل طول زیاد آن، این اثر قابل صرف‌نظر کردن نبوده و تأثیرگذار می‌باشد [۳]. در این حالت اثر تماس با دیواره لحاظ نشده است.

اثر دبی (سرعت) گل حفاری بر فرکانس طبیعی سیستم خطی شده، در شکل ۵ ارائه شده است. این نمودار برای حالتی است که ارتفاع نقطه خنثی صفر می‌باشد و هیچ بخشی از ساقه مته تحت تراکم نیست. همان‌طور که مشاهده می‌شود وجود گل حفاری باعث کاهش حدود  $40\%$  فرکانس طبیعی ساقه مته شده است. دلیل این کاهش، اضافه شدن جرم سیال به جرم ساقه مته می‌باشد. البته مشاهده می‌شود که افزایش دبی گل حفاری بر فرکانس طبیعی تأثیر چندانی نمی‌گذارد و با افزایش دبی گل از صفر

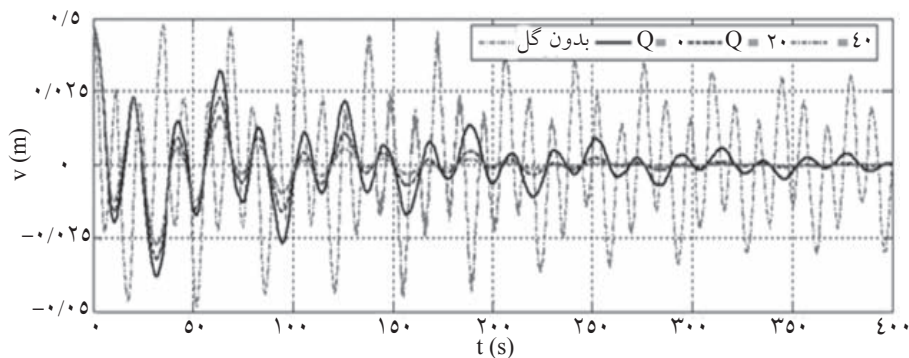




شکل ۵- نسبت فرکانس طبیعی ساقه مته در حالت وجود گل حفاری به فرکانس طبیعی در حالت عدم وجود گل حفاری برای حالت  $H=0$  (تمام طول ساقه مته تحت کشش است)

جدول ۱ - مقایسه فرکانس طبیعی به دست آمده برای ساقه مته در حالت چگالی گل برابر با صفر با مقدار به دست آورده شده در مرجع [۵]

	شماره مود				
	۱	۲	۳	۴	۵
$\omega_n (rad / s)$	۰/۴۰۵	۰/۷۸۹	۱/۱۰	۱/۴۰	۱/۷۸
$\omega_{n2} (rad / s)$	۰/۴۰۵۲۶	۰/۷۸۸۷۳	۱/۱۰۲۵	۱/۴۰۷۵	۱/۷۸۶۳

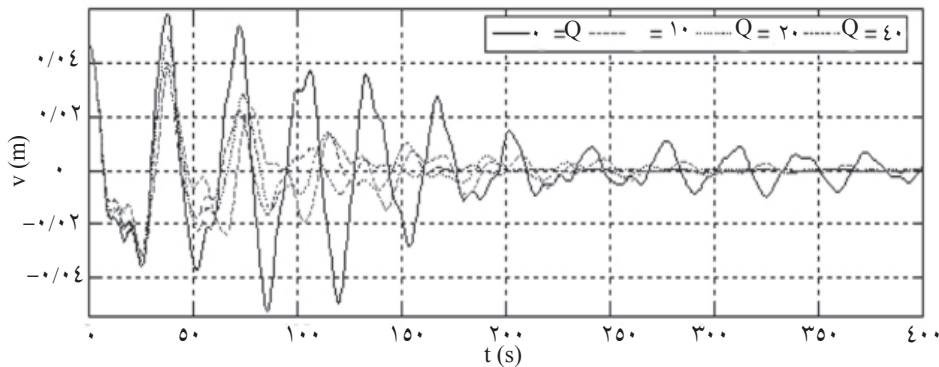


شکل ۶: جابه‌جایی عرضی نقطه میانی ساقه مته در پاسخ به شرط اولیه در حالتی که نقطه خشتی در ارتفاع ۲۵ m از کف چاه قرار دارد و تحریک دینامیک در سیستم وجود ندارد.

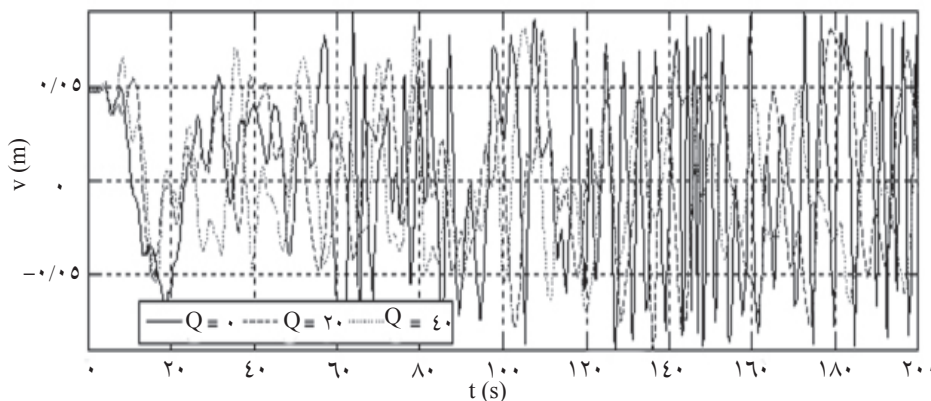
اثر خود را می‌گذارد و ارتعاشات ساقه مته را میرا می‌کند. آخرین نتیجه ارائه شده مربوط به حالتی است که ساقه مته در حالت فراکمانش در داخل چاه ارتعاش می‌کند. در شکل ۸ نمودار پاسخ زمانی ساقه مته به تحریک دینامیک ارائه شده در رابطه ۳۰ که در حالت فراکمانش می‌باشد، نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۳، ارتفاع بحرانی نقطه خشتی که باعث کمانش ساقه مته تحت اثر نیروی محوری می‌شود، برابر با  $H=84(m)$  می‌باشد در این حالت چون ساقه مته بین دیواره‌های چاه محصور است، پاسخ زمانی آن واگرا نمی‌شود و با برخورد با دیواره چاه در همان حالت به نوسان می‌پردازد.

این نمودار مربوط به حالتی است که نقطه خشتی در ارتفاع ۲۵ m بالاتر از کف چاه قرار گرفته و تغییراتی با زمان ندارد (تحریک حالت دینامیک ندارد). همچنین در این نمودار، پاسخ ارتعاشی ساقه مته در حالتی که سیال در داخل و اطراف آن وجود ندارد نیز برای مقایسه رسم شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که با افزایش دبی گل حفاری، میرایی سیستم بیشتر شده و پاسخ ارتعاشی سیستم زودتر میرا شده است.

در شکل ۷ اثر وجود گل حفاری بر پاسخ ارتعاشی ساقه مته‌ای با شکل اولیه (شرط اولیه) و تحریک دینامیکی مطابق رابطه ۲۸، نمایش داده شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که با وجود تحریک دینامیک، گل حفاری



شکل ۷- پاسخ زمانی نقطه میانی لوله حفاری به شرط اولیه و نیروی تحریک رابطه ۲۸ (تحریک دینامیکی)، برای دبی‌های مختلف گل حفاری



شکل ۸- نمودار جابه‌جایی عرضی نقطه میانی لوله حفاری در پاسخ به تحریک رابطه ۳۰ با در نظر گرفتن اثر تماس با دیواره برای دبی‌های مختلف گل حفاری (بر حسب lit/s)

همچنین با یکسان در نظر گرفتن سطح مقطع طوق مته و لوله حفاری و حذف پارامترهایی نظیر جاذبه زمین، جریان خارجی گل و نیروی اصطکاک، دبی بدون بعد بحرانی برای ناپایداری ساقه مته با مقدار ارائه شده در مرجع [۶] یکسان به دست آمد. نتایج نشان داد که هم گل حفاری و هم نیروی محوری وارده بر ساقه مته از کف چاه (متناسب با ارتفاع نقطه خشتی) می‌توانند باعث ناپایداری ساقه مته شوند. مطابق نتایج به دست آمده، دبی‌های بحرانی که باعث ناپایداری ساقه مته می‌شوند، بسیار بیشتر از گلی است که در عملیات واقعی حفاری استفاده می‌شود. بنابراین، گل حفاری هرگز نمی‌تواند باعث ناپایداری ساقه مته شود. نتایج این پژوهش نشان داد که گل حفاری مانند یک جرم و میرایی اضافی عمل کرده و باعث کاهش فرکانس طبیعی ساقه مته و زودتر میرا شدن ارتعاشات آن می‌شود و این اثر با افزایش دبی گل، بیشتر خود را نشان می‌دهد. براساس نتایج به دست آمده، اثر میرایی گل حفاری هم برای حالت زیر کماتش و هم حالت فراکمانش برقرار می‌باشد.

همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، با افزایش دبی گل حفاری، اثر میرایی در پاسخ حالت فراکمانش نیز بیشتر شده و برای دبی‌های بالاتر، دامنه نوسان ساقه مته در حالت پایسته کمتر از دامنه نوسان آن در حالتی است که دبی گل کم می‌باشد.

$$H=120+20\sin(4\pi t)(m) \quad (30)$$

### نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثر گل حفاری بر ارتعاشات عرضی ساقه مته پرداخته شد. بدین منظور معادلات ارتعاشی ساقه مته در راستای طولی و عرضی، استخراج شد و نیروی وارده از طرف سیال، دیواره و کف چاه بر آن اعمال گردید. برای یک حالت خاص که چگالی گل حفاری برابر با صفر در نظر گرفته شد، فرکانس طبیعی و ارتفاع بحرانی نقطه خشتی (نیروی محوری بحرانی وارده از کف چاه) با مقادیر ارائه شده در مرجع [۵] برابر شد که نشان دهنده صحت روابط می‌باشد.

## مراجع

- [1]. Jansen J. D., "Non-linear rotor dynamics as applied to oil well drill string vibrations", Journal of sound and vibration, Vol. 147(1), pp. 115-135, 1990.
- [2]. Jansen J. D., and Van Den Steen L., "Active damping of self excited torsional vibrations in oil well drill strings", Journal of sound and vibration, Vol. 179(4), pp. 647-668, 1993.
- [3]. Yigit S., and Christoforou A. P., "Coupled axial and transverse vibration of oil well drill string", Journal of sound and vibration, Vol. 195(4), pp. 617-627, 1996.
- [4]. Yigit A. S., and Christoforou A. P., "Dynamic modeling of rotating drill strings with borehole interactions", Journal of sound and vibration, Vol. 206(2), pp. 243-260, 1997.
- [5]. Khuleif Y. A., and Al-naser H., "Finite element dynamic analysis of drill strings", Finite element analysis and design, Vol. 41, pp. 1270-1288, 2005.
- [6]. Paidoussis M. P., and Issid N. T., "Dynamic stability of pipes conveying fluid", Journal of sound and vibration, Vol. 33(3), pp. 267-294, 1973.
- [7]. Paidoussis M. P., "Dynamics of flexible slender cylinders in axial flow", Part 1. Experiment, Journal of fluid mechanics, Vol. 26(4), pp 736-753, 1966.
- [8]. K. Gu, and Tongue B. H., "A method to improve the modal convergence for structures with external forcing", Journal of applied mechanics, Vol. 54, pp. 904-909, 1987.
- [9]. Timoshenko, *Theory of elastic stability*, McGraw Hill. 1961.