

شبیه‌سازی نیمه تحلیلی برهم کنش شیمیایی - فیزیکی شیل‌های حساس به آب

سید مرتضی میرعباسی و محمد جواد عامری*

دانشکده مهندسی نفت دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۱/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۳/۴/۸

چکیده

ناپایداری سازندهای شیلی، منشا اصلی بسیاری از مشکلات حفاری است که منجر به صرف هزینه‌های زیاد و اتلاف زمان می‌شود. پیش از حفاری، تنش‌های مکانیکی سازند، کمتر از مقاومت سنگ بوده و شرایط شیمیایی نیز در حال تعادل است. سنگ تحت این شرایط متعادل، در حالت پایدار قرار دارد. اما پس از عملیات حفاری، نیروهای برشی، کششی و تراکمی سنگ اطراف چاه، تغییر می‌نماید. فعل و انفعال‌های شیمیایی نیز در اثر تماس سازند شیلی با سیال حفاری رخ می‌دهد که خود دلیلی برای ناپایداری دیواره چاه می‌باشد. مکانیزم عمده ناپایداری سازند شیلی، انتقال فشار هیدرولیکی و همچنین پدیده اسمزی است. به تاخیر انداختن افزایش فشار منفذی در نزدیک دیواره چاه، امری ضروری است. این امر می‌تواند با افزایش خاصیت غشایی شیل از طریق افزودن نمک‌های مختلف و انسداد فیزیکی منافذ شیل با استفاده از انواع نانو ذرات و یا پلیمرها محقق گردد. برای جلوگیری و حل مشکلات ناشی از سازندهای شیلی، شناخت و بررسی ویژگی‌های سازند و همچنین تغییر و تحولات پدید آمده در اثر واکنش‌های متقابل سنگ و سیال، ضروری به نظر می‌آید. از این رو در این مقاله با به کارگیری تئوری پوروالاستیک شیمیایی خطی، معادلات میدانی حاکم بر مسأله استخراج شده است. با توجه به اینکه معادلات انتشار به صورت کوپل کامل می‌باشند، با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی، این معادلات جداسازی و نهایتاً حل شده‌اند. نتایج به‌دست آمده از این شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مدل ارائه شده، می‌تواند تست انتقال فشار منفذی و رفتار سازند شیلی در مجاورت سیال حفاری را به خوبی شبیه‌سازی کند.

کلمات کلیدی: ناپایداری سازندهای شیلی، فشار اسمزی، بازدهی غشایی شیل، تئوری پوروالاستیک شیمیایی، روش‌های تحلیلی و عددی

مقدمه

از اصلی‌ترین چالش‌ها، در صنعت حفاری بوده و بخش عظیمی از هزینه و زمان غیر تولیدی را شامل می‌شود که برای صنعت نفت دنیا سالانه ۵۰۰-۱۰۰۰ میلیون دلار هزینه دارد [۱]. از جمله این مشکلات می‌توان به افزایش میزان کنده‌های شیل

ناپایداری سازندهای شیلی، دلیل بسیاری از مشکلات حفاری چاه‌های نفت و گاز است. این مشکل، یکی

*مسئول مکاتبات
آدرس الکترونیکی
ameri@aut.ac.ir

میان شیل و گل آب پایه، بسیار حائز اهمیت است. لذا تلاش‌های زیادی صورت گرفته تا اثر پتانسیل شیمیایی در مدل پوروالاستیک دخالت داده شده و پیش‌بینی رفتار شیل در تماس با سیال پایه آبی دقیق‌تر صورت گیرد. تلاش‌های بسیار زیادی با هدف بررسی برهم‌کنش فیزیکی- شیمیایی شیل در تماس با سیال حفاری آب پایه، انجام شده که می‌توان آنها را در دو دسته کلی طبقه بندی نمود. در واقع گروهی از دانشمندان تلاش کردند تا جهت شبیه‌سازی این رفتار شیل، مدل‌هایی تحلیلی و عددی ارائه دهند. از سوی دیگر، دسته‌ای از محققین، تلاش خود را بر روی بررسی آزمایشگاهی خواص غشایی شیل متمرکز نموده اند.

شروود [۷] تئوری پوروالاستیک خطی بیوت [۸] را گسترش داد و تأثیر پتانسیل شیمیایی یون‌های موجود در سیال منفذی را در مدل وارد نمود. در توسعه این مدل، شیل به صورت یک غشای ایده‌آل فرض شده و از نفوذ یون‌ها به درون سازند صرف نظر شده است [۹]. براساس مبانی ترمودینامیک، هیدراگ و وونگ، اولین مدل کامل کوپل پوروالاستیک شیمیایی را برای بررسی تورم سنگ‌های جذب کننده آب در شرایط دمایی ثابت ارائه نمودند [۱۰]. اساس این مدل روابط پوروالاستیک و معادله جریان داری می‌باشد که اثر اسمز شیمیایی و تورم شیل در آن لحاظ شده است. یک معادله نفوذ نیز برای بررسی نفوذ یون‌ها به درون شیل مورد استفاده قرار گرفته است. اما در این مدل از حرکت یون‌ها به علت اختلاف فشار به درون شیل صرف نظر شده است [۱۰]. روشن و رحمان، مدل هیدراگ و وونگ را به منظور بررسی انتقال یون به علت اختلاف فشار برای شیل‌های نسبتاً تراوا توسعه دادند و تغییرات تنش و فشار منفذی در اطراف چاه را آنالیز کردند [۱۱]. دانشمندان دیگر نیز با در نظر گرفتن تأثیر دما، واکنش‌های الکتریکی و رفتار مکانیکی الاستوپلاستیک شیل، مدل اولیه

در گل، کاهش سرعت گردش گل درون چاه، کاهش توان سیال حفاری در تمیز نمودن چاه، تویی شدن مته حفاری و حتی انسداد کامل چاه و گیر کردن لوله‌های حفاری درون چاه اشاره کرد [۱ و ۲]. ناپایداری دیواره چاه در اکثر سازندها، هنگامی رخ می‌دهد که تنش مؤثر در ناحیه اطراف چاه، از استحکام سنگ تجاوز نماید. اما در حین حفاری شیل، عوامل دیگری نیز دخالت دارد. هنگامی که از سیال حفاری پایه آبی برای حفاری شیل‌ها استفاده می‌شود، علاوه بر عوامل پوروالاستیک، کنش و واکنش‌های شیمیایی میان شیل و سیال حفاری نیز به شدت بر روی ناپایداری چاه مؤثر است [۳ و ۴]. به علت اختلاف فشار هیدرولیکی و غلظت شیمیایی میان سیال حفاری و سیال منفذی شیل، آب و یون‌ها به درون سازند نفوذ می‌کنند. این واکنش‌ها باعث تغییر در فشار منفذی و تنش مؤثر در دیواره چاه می‌شود. همچنین وقتی مولکول‌های آب وارد ساختار شیل شده و در میان ساختار لایه‌ای آن جای می‌گیرند، با فاصله گرفتن لایه‌ها از یکدیگر و ضعیف شدن پیوند میان آنها، استحکام شیل کاهش می‌یابد. البته شیل‌هایی دچار آماس می‌شوند که درون آن‌ها سیلیکات‌های فعال وجود داشته باشد و همه سازندهای شیلی، دچار تورم نمی‌شوند. تنها زمانی که بلور سیلیکات‌های آب‌دوست، در تماس مستقیم با آب قرار می‌گیرد، آب پوشی شده و نیروهای دافعه بین لایه‌های سیلیکا فعال می‌شود. این فرآیندها در نهایت منجر به شکست سازند شیلی و ریزش آن می‌شود. اگرچه در گذشته استفاده از سیالات حفاری نفت پایه برای پایدار نگه داشتن سازندهای شیل هنگام حفاری، راهی رایج و مؤثر به حساب می‌آمد، اما استفاده از آنها به علت هزینه بالا و مشکلات زیست محیطی ممنوع شده است [۴-۶]. بنابراین استفاده از سیالات حفاری پایه آبی با همه مشکلاتی که دارد، امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. به منظور حل این مشکلات، شناخت مکانیزم حاکم بر واکنش

هیدرولیکی و شیمیایی قرار می‌گیرد. در مرحله بارگذاری هیدرولیکی، بالادست نمونه^۲، در تماس با سیالی است که به عنوان فاز اشباع کننده به کار رفته است؛ ولی فشار آن بیشتر بوده و سبب اعمال اختلاف فشار هیدرولیکی می‌شود. در نتیجه فشار در پایین دست^۳ نمونه (سیال منفذی) بالا رفته و ثبت می‌گردد. اما در فاز بارگذاری شیمیایی، بالادست نمونه در تماس با محلولی قرار می‌گیرد که غلظت نمک آن بالاتر است و فشار هیدرولیکی آن با مرحله قبل برابر می‌باشد (شکل ۱). این اختلاف غلظت شیمیایی سبب اعمال اختلاف فشار اسمزی شده و منجر به حرکت آب و یون‌ها می‌شود [۴، ۱۹ و ۲۰].

تئوری پوروالاستیک شیمیایی معرفی شده در این مقاله، کرنش حجمی و تغییر در میزان آب را که به دلیل تغییرات غلظت نمک به وجود می‌آید، تحت شرایط تنش و فشار منفذی ثابت، محاسبه می‌کند. به این منظور، در ابتدا لازم است معادلات ساختاری^۴ پوروالاستیک، بر حسب پارامترهای زیر فرموله شوند: کرنش حجمی فضای متخلخل ε ، تنش میانگین کوشی (σ) ، افزایش جرمی $(m^{<k>})$ که بیان‌گر مول بر واحد حجم فضای متخلخل است) و همچنین پتانسیل شیمیایی جزء k محلول اشباع کننده $(\pi^{<k>})$. در اینجا محلول شامل ۲ جزء است که جزء اول آن حلال (آب) و جزء دیگر حل‌شونده (انواع نمک‌ها، مثلاً KCl و NaCl) می‌باشد. حال می‌توان تمام متغیرهای تعریف شده را در دو گروه اصلی تنش $S = \{\sigma, \mu_w, \mu_s\}$ و کرنش $E = \{\varepsilon, m_w, m_s\}$ قرار داد. پس از آن، به کمک مفاهیم ترمودینامیکی، معادلات ساختاری بر حسب بردارهای جدید $S' = \{\sigma, p, \pi\}$ و $E' = \{\varepsilon, \zeta, \theta\}$ ، نوشته می‌شود که در آن p فشار منفذی و π فشار اسمزی می‌باشد. طبق رابطه وانت هاف، $\pi = RTc_s$ برقرار می‌باشد.

ارائه شده توسط هیداک را توسعه دادند [۱۲-۱۵].

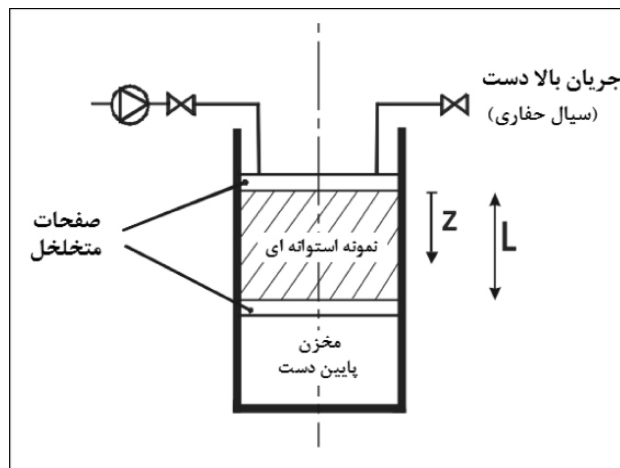
استاورمن نخستین کسی بود که در مورد ضریب انعکاس شیل^۱ (ضریب بازدهی غشایی)، تحقیقاتی انجام داد. او نشان داد فشار اسمزی اندازه‌گیری شده به شدت به نفوذپذیری غشاء نسبت به نمک‌های محلول بستگی دارد [۱۶]. فریتز و مارین تئوری اسمزی را به عنوان مبنایی جهت توجیه حرکت آب و یون‌ها درون شیل، ارائه دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که غشاء شیلی ایده‌آل نبوده و یون‌ها تا حدودی از آن عبور می‌کنند. میزان ایده‌آلی غشاء، تابعی از قابلیت تبادل کاتیونی شیل، تخلخل و غلظت سیال منفذی است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که شیل همچون یک غشاء شبه تراواست [۱۷].

با توجه به اهمیت این خاصیت شیل در مسأله پایداری دیواره چاه و ارائه مدل‌هایی به منظور حل این مشکل، دانشمندان بازدهی غشاء شیل را به صورت کمی، بررسی نمودند. مودی و هال، آزمایشاتی طراحی کردند تا با کاربرد ترکیبات خاص در سیال حفاری، غشایی با بازدهی بالا در دیواره چاه به وجود آورند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که بازدهی غشایی شیل، هنگامی که در ارتباط با سیال حفاری پایه‌آبی قرار می‌گیرد، کم بوده و به ندرت از ۱۰٪ تجاوز می‌کند. ضمن اینکه به کمک یک سری ترکیبات در سیال حفاری، می‌توان به بازدهی غشایی حدود ۸۰٪ رسید. آن‌ها معتقد بودند به کمک کاهش فشار منفذی شیل، می‌توان دیواره چاه را پایدار نمود [۱۸].

استخراج معادلات میدانی

اندازه‌گیری بازدهی غشایی شیل در تماس با سیال حفاری، با استفاده از روش آزمایشگاهی مرجع "تست انتقال فشار منفذی" معروف به PPTT، انجام می‌گیرد. در این تست نمونه استوانه‌ای، با یک سیال تحت فشار و غلظت اولیه مشخص، اشباع شده و سپس به ترتیب تحت بارگذاری

1. Reflection Coefficient (Membrane Efficiency Coefficient)
2. Upstream
3. Downstream
4. Constitutive Equation



شکل ۱- شرایط تست انتقال فشار (PPTT) [۱۹]

به شکل زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= C\sigma + Q_w \mu_w + Q_s \mu_s \\ m_w &= Q_w \sigma + R_{ww} \mu_w + R_{ws} \mu_s \\ m_s &= Q_s \sigma + R_{sw} \mu_w + R_{ss} \mu_s \end{aligned} \quad (3)$$

این ثابت‌ها بر پایه مفاهیم ترمودینامیکی بوده و بر اساس تحقیقات شروود، از طریق آزمایش به دست می‌آیند. در واقع این ضرایب نه تنها به ترکیب شیمیایی و خواص فیزیکی سنگ و سیال وابسته‌اند، بلکه تخلخل و توزیع آن نیز بر آنها تاثیر دارد [۷]. از این رو، سعی می‌شود تا به کمک یک سری روابط و خطی سازی‌ها، این ضرایب بر حسب پارامترهای مکانیک سنگی و خواص شیمیایی سنگ نوشته شود.

فرمول‌بندی جدید معادلات ساختاری

طبق روابط ترمودینامیکی، چنانچه محلول ایده‌آل فرض شود، تحت شرایط ایزوترمال و با استفاده از معادله گیبس دوهام، فرم دیفرانسیلی پتانسیل شیمیایی یک مول نمک و پتانسیل شیمیایی حلال (آب)، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d\mu_s = v_s dp + RT \frac{dc_s}{c_s}, \quad d\mu_w = v_w dp - RT \frac{dc_w}{c_w} \quad (4)$$

که در آن، v_w بیان‌گر حجم مولی آب و c_w غلظت مولی آب می‌باشد [۲۱].

با قرار دادن رابطه ۴ در معادله انرژی آزاد گیبس (۱) و با توجه به رابطه $\pi = RTc_s$ معادله زیر حاصل می‌شود:

در این رابطه R ثابت جهانی گاز T (J/mol.K)، دمای مطلق (K) و c_s غلظت مولی نمک (mol/m^3) می‌باشد. پارامتر θ بیان‌گر مقدار سیال و پارامتر θ نشان‌دهنده مقدار نمک است.

معادلات ساختاری حاکم بر مسأله

برای یک سیستم ایزوترمال، متشکل از بخش سنگ و سیال منفذی، می‌توان به کمک مفاهیم انرژی آزاد هلمهولتز، انرژی آزاد گیبس و مفهوم پتانسیل شیمیایی، رابطه زیر را برای جزء حجمی انرژی آزاد گیبس نوشت [۷ و ۲۱].

$$-dG_v^{solid} = \varepsilon d\sigma + m_w d\mu_w + m_s d\mu_s = E dS \quad (1)$$

با توجه به اینکه dG_v^{solid} دیفرانسیل کامل می‌باشد، با نوشتن روابط ماکسول برای معادله ۱، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mu_i} = \frac{\partial m_i}{\partial \sigma}, \quad \frac{\partial m_i}{\partial \mu_j} = \frac{\partial m_j}{\partial \mu_i} \quad (2)$$

که در آن $\varepsilon \in \{w, s\}$ ، (i, j) . با توجه به اینکه روند حل، خطی است، هدف یافتن روابط تنش- کرنش الاستیسیته می‌باشد. از این رو، هر یک از مشتق‌های جزئی، با یک سری ثابت مرتبط شده و به کمک آنها، تنش و کرنش به هم مرتبط می‌شوند. بنابراین سه معادله ساختاری برای مرتبط کردن تنش و کرنش $S = \{\sigma, \mu_w, \mu_s\}$ و $E = \{\varepsilon, m_w, m_s\}$

طور کامل یک پارامتر شیمیایی محسوب می‌شود و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد که در آن θ بیان‌گر تخلخل مؤثر است [۲۰].

$$\gamma = \frac{\phi}{c_s(1-c_s v_s)} \frac{1}{RT} \quad (9)$$

معادلات انتقال و قوانین تعادل

طبق اصول ترمودینامیکی، ثابت شده که برای فرآیندهای آهسته نزدیک به تعادل، جریان‌ها به صورت خطی با نیروهای متناظر خود در ارتباط هستند. در این مطالعه، جریان آب و نمک به وجود آمده درون سنگ، به علت وجود گرادیان هیدرولیکی و شیمیایی می‌باشد. همچنین جریان نفوذ مولکولی ناشی از اختلاف پتانسیل شیمیایی، توسط قانون فیک و جریان سیال ناشی از اختلاف پتانسیل هیدرولیکی، توسط قانون دارسی بیان می‌گردد. اما یک جریان می‌تواند ناشی از یک نیروی متناظر و چند نیروی غیرمتناظر باشد. مطابق جدول ۱، فرآیند مستقیم نفوذ فشار درون سنگ، توسط رابطه دارسی و فرآیند مستقیم نفوذ یون‌ها به وسیله رابطه فیک تعریف می‌شود. در مقابل، فرآیند غیرمستقیم در نفوذ سیال، پدیده اسمز است که مخصوص مواد با خاصیت غشایی می‌باشد. چنانچه اختلاف پتانسیل شیمیایی در دو طرف غشاء وجود داشته باشد، آب از سمتی که غلظت کمتری دارد، به طرف با غلظت بیشتر نفوذ می‌کند. از طرف دیگر، فرآیند غیرمستقیم انتقال یون‌ها، پدیده نفوذ مولکولی فشار^۵ است که اثر گرادیان فشار بر روی انتقال نمک و یون‌ها را بررسی می‌کند [۱].

اکنون دو متغیر سرعت q که بیان‌گر تخلیه ویژه محلول^۱ و r که بیان‌گر شار نسبی نمک^۲ می‌باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q = v_w \mathbf{\hat{z}}_w + v_s \mathbf{\hat{z}}_s, \quad r = \frac{\mathbf{\hat{z}}_s}{c_s} - \frac{\mathbf{\hat{z}}_w}{c_w} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -dG_v^s &= \varepsilon d\sigma + (v_w \Delta m_w + v_s \Delta m_s) \varepsilon \mathbf{\hat{z}} + \left(\frac{\Delta m_s}{c_s} - \frac{\Delta m_w}{c_w} \right) \varepsilon \pi \\ &= \varepsilon d\sigma + \zeta dp + \theta d\pi = E' dS' \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن دو پارامتر ζ و θ به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\zeta = v_w \Delta m_w + v_s \Delta m_s, \quad \theta = \frac{\Delta m_s}{c_s} - \frac{\Delta m_w}{c_w}$$

به کمک ماتریس متقارن \underline{C} ، می‌توان S' و E' را به هم مرتبط کرد. ضمن اینکه با توجه به متقارن بودن ماتریس \underline{C} ، برای کامل شدن درایه‌های ماتریس، تنها کافی است به جای پنج پارامتر، سه پارامتر معرفی شود. این پارامترها عبارتند از، α ، β و γ . در نتیجه ماتریس \underline{C} به شکل زیر خواهد بود [۲۰]:

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} C & bC & -\alpha\beta C \\ bC & S_\sigma & -\beta S_\sigma \\ -\alpha\beta C & -\beta S_\sigma & \gamma \end{pmatrix} \quad (7)$$

فرم نهایی معادلات ساختاری که مقادیر دوگانه E' و S' را به هم مرتبط می‌کند، به شکل زیر می‌باشد

$$\varepsilon = C \Delta\sigma + bc (\Delta p - \alpha\Delta\pi) \quad (8-1)$$

$$\zeta = bC \Delta\sigma + S_\sigma (\Delta p - \beta\Delta\pi) \quad (8-2)$$

$$\theta = -\alpha bC \Delta\sigma - \beta S_\sigma \Delta p + \gamma \Delta\pi \quad (8-3)$$

به طور کلی، پارامترهای ماتریس \underline{C} را می‌توان به سه گروه تقسیم کرد. اولین گروه، پارامترهای پوروالاستیک کلاسیک می‌باشد که تراکم‌پذیری الاستیک در حالت تخلیه‌ای^۱ C (معکوس مدول بالک تخلیه‌ای)^۲، ضریب بیوت^۳ b ($0 \leq b \leq 1$)، ضریب ذخیره ویژه نامحدود^۴ S_σ ($S_\sigma = \frac{bC}{B}$) از این جمله می‌باشند که در آن، B ضریب اسکمپتون ($0 \leq B \leq 1$) نام دارد. دومین گروه اعداد α و β می‌باشند که به ترتیب، کوپل شیمیایی-مکانیکی و کوپل شیمیایی-هیدرولیکی را کمی می‌کنند. برای سهولت، این اعداد به گونه‌ای معرفی شده‌اند که در محدوده (۰ تا ۱) قرار گیرند. حد پایین صفر، در شرایط عدم فعل و انفعال شیمیایی است که ترکیب سیال منفذی، تغییری نمی‌کند (پوروالاستیک کلاسیک). حد بالای ۱، مربوط به حالتی است که یون‌های نمک درون شیل به دام افتاده باشند (مدل غشاء ایده‌آل یونی). آخرین پارامتر، عدد γ است. این عدد به

1. Drained elastic Volumetric Compliance
2. Drained Bulk Modulus
3. Biot Stress Coefficient
4. Unconstrained Specific Storage Coefficient
5. Advection
6. Discharge of Solution
6. Relative Flux

جدول ۱- فرآیندهای مستقیم و غیرمستقیم در جریان سیال و یون‌ها [۱]

گرادیان هیدرولیکی		گرادیان شیمیایی
سیال	قانون داریسی	پدیده اسمزی
یون	نفوذ مولکولی فشار (Advection)	قانون فیک

ارائه شکل نهایی معادلات میدانی

در آخرین مرحله، تمامی معادلات حاکم بر مسأله، یعنی معادلات ساختاری، معادلات انتقال و معادلات تعادل، با هم ترکیب شده و معادلات میدانی به دست می‌آید. معادلات میدانی شامل یک معادله ناویر و دو معادله انتشار^۴ کوپل شده می‌باشد که در نهایت می‌توان کرنش اعمالی بر نمونه شیلی را از معادله ناویر به دست آورد. ضمن اینکه فشار هیدرولیکی و فشار اسمزی از معادلات انتشار، محاسبه می‌گردد. شکل نهایی معادله ناویر به صورت زیر است که در آن η ضریب تنش پوروالاستیک بوده و در محدوده [0.5, 0] تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{\eta}{G} (\Delta \xi - \alpha \Delta \pi) \quad (14)$$

$$\eta = \frac{b(\lambda - 2\nu)}{2(\lambda - \nu)} \quad (15)$$

حال با قرار دادن دو معادله (۸-۱) و (۱۴) در روابط (۲-۸) و (۳-۸) عبارات زیر به دست خواهند آمد:

$$\zeta = S \Delta p - c S \Delta \pi \quad (16)$$

$$\theta = -c S \Delta p + [\gamma - \alpha^2 (S_\sigma - S)] \Delta \pi \quad (17)$$

در نهایت با ادغام این روابط در معادلات انتقال و معادلات تعادل، معادلات انتشار کوپل شده به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$\mathbf{l}_{hh} D_h \nabla^2 p + A_{hc} D_h \nabla^2 \pi = \dot{p} \quad (18)$$

$$\mathbf{l}_{ch} D_h \nabla^2 p + A_{cc} D_h \nabla^2 \pi = \dot{\pi} \quad (19)$$

ضرایب معادلات بالا، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_{hh} = \frac{\varphi - cR}{\varphi - c^2}, \quad A_{hc} = \frac{c\psi\omega - R\varphi}{\varphi - c^2}, \quad (20)$$

$$A_{ch} = \frac{c - R}{\varphi - c^2}, \quad A_{cc} = \frac{\psi\omega - cR}{\varphi - c^2}$$

I_s و I_w شار جرمی آب و نمک بوده و بیان گر تعداد مول‌های عبوری از واحد سطح فضای متخلخل در واحد زمان است. با استفاده از قوانین فیک و داریسی، مفهوم تابع اتلاف و اصول انساگر^۱، معادلات کوپل انتقال به شکل زیر در می‌آید [۲۰]:

$$q = -k(\nabla p - R \nabla \pi), \quad r = kR \nabla p - \frac{D_s}{N} \nabla \pi \quad (11)$$

که در آن k ، ضریب تحرک (نسبت نفوذپذیری ذاتی k به ویسکوزیته μ)، و N ($N = RT/v$) معرف تنش می‌باشد. به منظور برقراری ارتباط بین نیروهای رانشی ترمودینامیکی شیمیایی و هیدرولیکی، یک پارامتر بی‌بعد به نام ضریب انعکاسی شیل R ، تعریف می‌شود ($R \in [0, 1]$). پارامتر R نشان دهنده توانایی غشاء در جلوگیری از نفوذ یون‌ها به درون غشاء می‌باشد. به این صورت که عدد یک نشان‌دهنده غشاء کاملاً ایده‌آل و عدد صفر نشان‌دهنده عدم وجود هرگونه خاصیت غشایی است که در عبور آب و نمک، تفاوتی قائل نیست (سنگ از لحاظ شیمیایی خنثی است) [۱۶]. همچنین لازم است ضریب انتشار شیمیایی D_s نیز تعریف شود. فرآیند نفوذ مولکولی شیمیایی انتقال یون‌ها درون یک محیط، به علت گرادیان غلظت شیمیایی روی می‌دهد. این فرآیند با استفاده از ضریب نفوذ D_s کمی‌سازی می‌شود [۲۲].

با جای‌گذاری رابطه ۱۱ در معادله قانون پایستگی جرم، قوانین تعادل جرمی بر حسب دو متغیر q و r به دست می‌آید:

$$\nabla q = -\Delta \zeta, \quad \nabla r = -\Delta \theta \quad (12)$$

همچنین قانون تعادل مکانیکی^۲ به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\nabla \cdot \Delta \sigma = 0 \quad (13)$$

1. Onsager Principle
2. Chemical Diffusion Coefficient
3. Equilibrium Equation
4. Diffusion Equation

$$\begin{cases} \Delta p^{(1)} = \sigma_x^{(1)} H(t), & \Delta \pi^{(1)} = \bullet \\ \Delta p^{(2)} = \sigma_x^{(2)} H(t), & \Delta \pi^{(2)} = \bullet \end{cases}, \text{ at } z = \bullet \quad (24)$$

برای راحتی کار می‌توان در هر کدام از حالت‌های بارگذاری (بارگذاری هیدرولیکی و شیمیایی)، مقادیر p و π را با یک تغییر مقیاس، بی بعد کرد که در آن i حالت بارگذاری می‌باشد. ضمن اینکه زمان بی بعد τ و مختصات بی بعد ζ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p = \frac{\Delta p^{(i)}}{\sigma_x^{(i)}}, \quad \pi = \frac{\Delta \pi^{(i)}}{\sigma_x^{(i)}} \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{z}{L}, \quad \tau = \frac{t D_h}{L^2} \quad (26)$$

در واقع، معادلات حاکم بر فشار $P(\zeta, \tau)$ و $\Pi(\zeta, \tau)$ به شکل زیر خلاصه می‌شود.

$$\rho \frac{\partial^2 X_{hc}}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial X_{hc}}{\partial \tau}, \quad 0 < \zeta < 1, \quad X = \left\{ \begin{matrix} P \\ \Pi \end{matrix} \right\}, \quad (27)$$

$$X_h = X_{ho} H(t), \quad X_c = X_{co} H(t), \quad \zeta = 0, \quad X_{ho} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, X_{co} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (28)$$

$$B \frac{\partial X_{hc}}{\partial \zeta} = \frac{\partial X_{hc}}{\partial \tau}, \quad \zeta = 1 \quad (29)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{hh} & A_{hc} \\ A_{ch} & A_{cc} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{hh} & B_{hc} \\ B_{ch} & B_{cc} \end{bmatrix} \quad (30)$$

حل معادلات

به منظور حل مسأله، لازم است مراحل زیر انجام شود:

- قطری‌سازی ماتریس A و جدا کردن^۵ معادلات انتشار کوپل شده

- جدا کردن معادلات حاکم بر شرایط مرزی در

پایین دست نمونه با قطری‌سازی ماتریس B

- حل کردن هر یک از معادلات انتشار مجزا به

روش تبدیل لاپلاس و بر حسب توابع ویژه^۶ $\Phi_i^{(t)}$ و $\Phi_i^{(\tau)}$. این توابع ویژه، خود ترکیب خطی از توابع بی‌بعد $P^{(i)}$ و $\Pi^{(i)}$ می‌باشند.

- بازگشت به فرم $P^{(i)}$ و $\Pi^{(i)}$ در محیط لاپلاس

- بازگشت به حیطه زمان به کمک لاپلاس معکوس

عددی به روش استیفست^۷ [۲۳]

در معادلات بالا، D_h ضریب انتشار هیدرولیکی^۱ بر حسب $[L^2/T]$ و S ضریب ذخیره ویژه تک محوره^۲ (ادیومتریک^۳) می‌باشد که به همراه سایر اعداد تعریف شده در بالا، به شکل زیر محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$D_h = \frac{k}{\mu \phi c}, \quad \omega = \frac{D_s}{D_h} \\ S = b \left[\frac{\eta}{G} + \left(\frac{1}{B} - b \right) C \right], \quad S_\sigma = \frac{bC}{B}, \quad \chi = \frac{S_\sigma}{S} \geq 1 \\ c = \alpha - (\alpha - \beta)\chi, \quad \psi = \frac{1}{NS}, \quad \phi = \frac{\gamma}{S} - \alpha^2 (\chi - 1) \quad (21)$$

ارائه یک روش تحلیلی- عددی برای حل معادلات میدانی

مدل ریاضی حاکم بر شرایط آزمایشگاه

در اینجا، طول نمونه L ، سطح مقطع آن A و معادلات به صورت یک بعدی و در راستای z نوشته می‌شود. در واقع مطابق شکل ۱، $z=0$ بالادست نمونه و $z=L$ بیان‌گر محلی است که به حجم مخزن (V_d) متصل است. شرایط مرزی در بالادست نمونه ($z=0$) در هر یک از حالات بارگذاری هیدرولیکی (حالت اول) و شیمیایی (حالت دوم) به شکل زیر است که در آن، تابع $H(t)$ تابع پله بوده^۴ و تنش‌ها برابر $p_m - p_0$ و $\pi_m - \pi_0$ می‌باشند.

$$\begin{cases} \Delta p^{(1)} = \sigma_x^{(1)} H(t), & \Delta \pi^{(1)} = \bullet \\ \Delta p^{(2)} = \sigma_x^{(2)} H(t), & \Delta \pi^{(2)} = \bullet \end{cases}, \text{ at } z = \bullet \quad (22)$$

چنانچه حجم V_d مخزن در زیر نمونه ($z \geq L$)، ثابت در نظر گرفته شود، هر نوع انتقال سیال به آن باعث افزایش فشار مخزن می‌گردد. از این رو با انجام یک سری محاسبات جبری، شرایط مرزی در پایین دست نمونه ($z=1$)، بر حسب تغییرات فشار هیدرولیکی و اسمزی، به شکل زیر خواهد بود.

$$B_{hh} \nabla p + B_{hc} \nabla \pi = \frac{L}{D_h} \dot{p} \\ B_{ch} \nabla p + B_{cc} \nabla \pi = \frac{L}{D_h} \dot{\pi} \quad (23)$$

که در آن، ضرایب B_{hh} ، B_{hc} ، B_{ch} و B_{cc} ، خطی بوده و با در نظر گرفتن \bar{c}_s غلظت مولی متوسط و $\bar{\pi}$ فشار اسمزی متناظر با آن، به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

1. Hydraulic Diffusivity Coefficient
2. Uniaxial Specific Storage Coefficient
3. Oedometric Test
4. Heaviside Function
5. Uncouple
6. Eigen Function
7. Stehfest's Method

زمان از الگوریتم عددی استیفست استفاده می‌شود که کارایی آن در مسائل پوروالاستیک اثبات شده است [۲۳].

نتایج مدل‌سازی

عموما در تست نفوذ فشار PPTT، پس از اعمال بارگذاری‌های شیمیایی و هیدرولیکی مورد نظر، تغییرات فشار هیدرولیکی در پایین دست نمونه $(P(\tau))$ ثبت و تحلیل می‌شود. به منظور بررسی عملکرد و صحت راه حل ارائه شده، با در نظر گرفتن یک سری پارامتر معلوم به عنوان خواص شیمیایی و مکانیکی سنگ و سیال، فشارهای بی‌بعد $(P$ و $\Pi)$ ، محاسبه گردید و نمودارهای مربوطه رسم شد. لازم به ذکر است که معادلات در نرم‌افزار Matlab حل شده است. پارامترهای مورد نظر جهت اجرای کد نوشته شده در جدول ۲ ارائه گردیده است.

پروفایل فشار در پایین دست نمونه بر حسب زمان

همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در مرحله بارگذاری هیدرولیکی، به دلیل اختلاف فشار بین بالادست و پایین دست نمونه، سیال به سنگ نفوذ کرده و با گذشت زمان، فشار در پایین دست افزایش می‌یابد، تا اینکه فشار در دو سمت برابر شود. اما در مرحله بارگذاری شیمیایی، با توجه به اینکه غلظت نمک در بالادست بیشتر است، آب از محیط با شوری کمتر، به محیط با شوری بیشتر حرکت می‌کند تا غلظت‌ها به تعادل برسد.

از این رو با خروج سیال از نمونه، فشار در پایین دست نمونه تا رسیدن به تعادل، کاهش می‌یابد. شکل ۳ نتایج حاصل از تست انتقال فشار را برای یک نمونه شیل در شرایط آزمایشگاهی نشان می‌دهد. این شیل متعلق به سازند قم بوده و از رخنمون کوه‌های اطراف سمنان تهیه شده است که در آزمایشگاه مکانیک سنگ دانشگاه صنعتی امیرکبیر مورد آزمایش قرار گرفته است [۲۴ و ۲۵]. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روند تغییرات فشار در بالادست نمونه در نمونه آزمایشگاهی، به خوبی مشابه روند مدل شبیه‌سازی می‌باشد.

برای انجام این مراحل، لازم است مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A ، طبق روابط زیر به دست آید. در این روابط λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه و ξ_1 و ξ_2 بردارهای ویژه می‌باشند.

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[A_{hh} + A_{cc} \pm \sqrt{(A_{hh} - A_{cc})^2 + 4A_{hc}A_{ch}} \right] \quad (31)$$

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_{i1} \\ \xi_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_i - A_{hh} \\ A_{hc} \end{bmatrix}, \quad \xi_2 = \begin{bmatrix} \xi_{21} \\ \xi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_2 - A_{cc} \\ A_{ch} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

با ضرب ماتریس بردارهای ویژه ξ_i^T در دو طرف رابطه ۲۷، معادله زیر به دست می‌آید که با استفاده از مفاهیم هندسی و مفهوم توابع ویژه، به شکل معادله ۳۴ جداسازی می‌گردد.

$$\xi_i^T A \frac{\partial^2 X}{\partial \zeta^2} = \xi_i^T \frac{\partial X}{\partial \tau} \quad (33)$$

$$\lambda_i \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \tau} \quad \& \quad \Phi_i = \xi_i^T X \quad (34)$$

چنانچه لاپلاس $\Phi_j^{(s)}$ با فرض $(i, j) \in \{1, 2\}^2$ ، به صورت نشان داده شود، می‌توان معادلات انتشار جدا شده را به روش لاپلاس حل کرد. با در نظر گرفتن معادله ۳۷ به عنوان یک معادله ODE، s به عنوان پارامتر لاپلاس و شرایط اولیه همگن، عبارت زیر به دست خواهد آمد:

$$\lambda_i \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_i}{\partial \zeta^2} = s \partial \tilde{\Phi}_i \quad (35)$$

با حل معادله دیفرانسیل، شکل عمومی جواب معادله برای هر یک از حالت‌های بارگذاری به شکل زیر خواهد بود:

$$\tilde{\Phi}_j^{(s)} = a_{ij} e^{\sqrt{s/\lambda_j} \zeta} + b_{ij} e^{-\sqrt{s/\lambda_j} \zeta}, \quad (36)$$

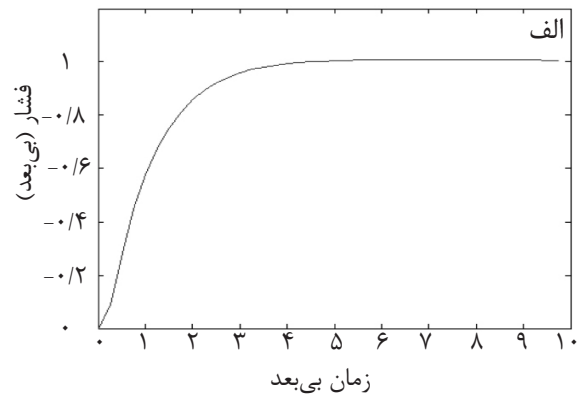
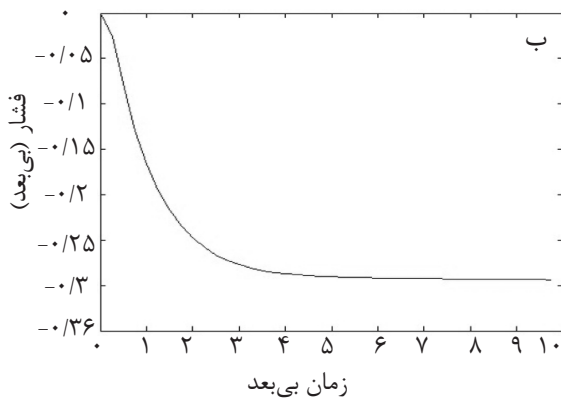
با قرار دادن شرایط مرزی در معادله ۳۶، ضرایب a_{ij} و b_{ij} ، به دست می‌آید. در واقع پس از حل معادلات بالا، فشارهای بی‌بعد در دامنه لاپلاس به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(s)} &= \tilde{\Phi}_1^{(s)} + \xi_{11} \tilde{\Phi}_2^{(s)} \\ \tilde{\Pi}^{(s)} &= \xi_{12} \tilde{\Phi}_1^{(s)} + \tilde{\Phi}_2^{(s)} \end{aligned} \quad (37)$$

برای برگرداندن این جواب‌ها از دامنه لاپلاس به دامنه

جدول ۲- پارامترهای معلوم جهت بررسی راه حل ارائه شده

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	ویژگی سیال	
ϕ	٪۲۹	E	۰/۷۸ GPa	R	۰/۳	V_d	$4 \times 10^{-6} \text{ m}^3$	سیال اشباع کننده	KCl 3.6% wt
A	$5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	ν	۰/۸۳	D_h	10^{-9}	K_f	۲/۳ GPa		
L	$2/5 \times 10^{-2} \text{ m}$	G	۰/۸۳ GPa	ω	۰/۰۱	b	۱	سیال تست	NaCl 15% wt
T	۲۹۵/۶۵ K	B	۰/۹	α	۰/۹	β	۱		

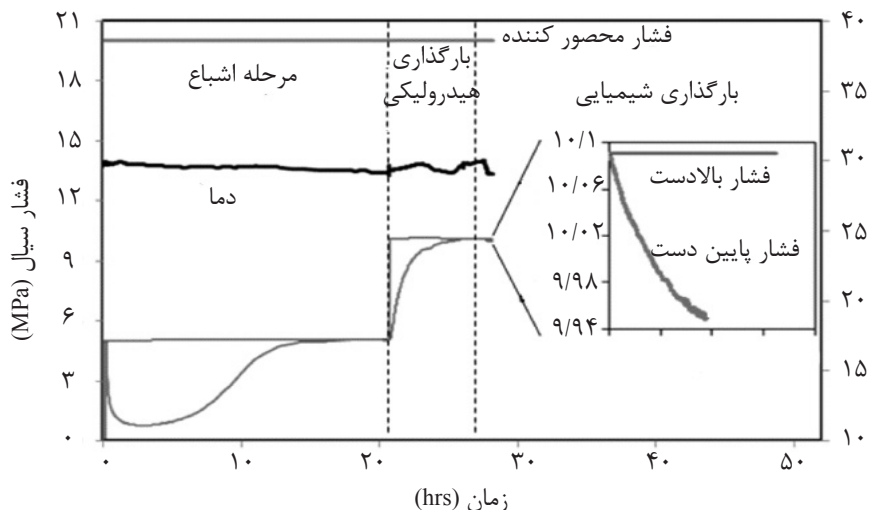


شکل ۲- تغییرات فشار هیدرولیکی در پایین دست نمونه برای حالت الف) بارگذاری هیدرولیکی و ب) بارگذاری شیمیایی

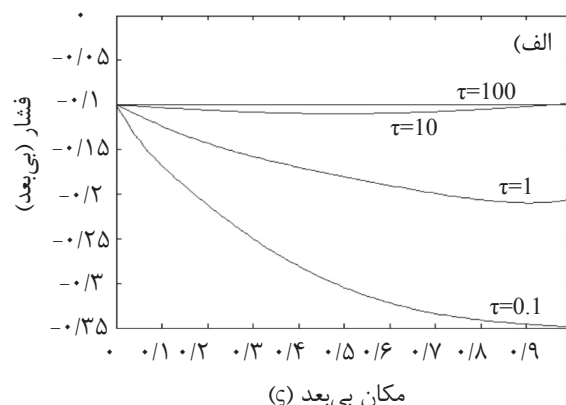
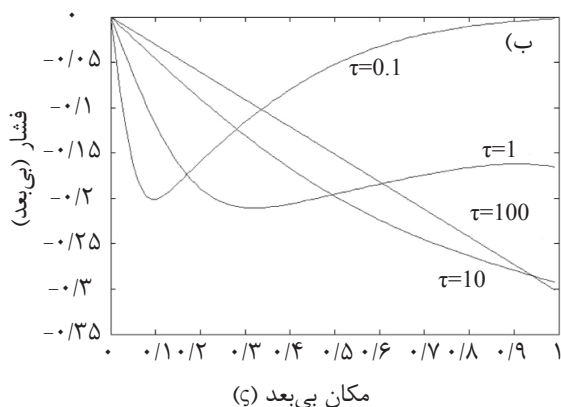
پروفایل فشار در طول نمونه

شکل ۴، نشان‌دهنده جبهه انتشار فشار از بالادست نمونه به سمت پایین دست می‌باشد. همان‌گونه که دیده می‌شود در بارگذاری هیدرولیکی، در زمان‌های اولیه، فشار در بالادست بیشترین حالت و در پایین دست، تقریباً برابر با صفر می‌باشد.

البته ابعاد محورهای دو شکل یکسان نبوده و براساس روابط ۲۵ و ۲۶ قابل تبدیل به یکدیگر می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، محورهای شکل ۲، زمان و فشار بی بعد و محورهای شکل ۳، زمان و فشار می‌باشد. در واقع پس از فاز اشباع، در مرحله بارگذاری هیدرولیکی، فشار در بالادست نمونه روند افزایشی و سپس در فاز بارگذاری شیمیایی، روند کاهشی دارد.



شکل ۳- نتایج حاصل از تست PPTT بر روی نمونه سنگ سازند قم [۲۴ و ۲۵]



شکل ۴- نیم‌رخ فشار هیدرولیکی در طول نمونه (τ, P) تحت بارگذاری‌های الف) فیزیکی و ب) شیمیایی در زمان‌های مختلف

رفتار پوروالاستیک شیمیایی شیل در تماس با سیال حفاری، شبیه‌سازی گردید. مقایسه نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی و داده‌های آزمایشگاهی تست نفوذ فشار، نشان می‌دهد که نتایج شبیه‌سازی تطابق خوبی با نتایج فشار واقعی حاصل از آزمایش دارد. در واقع این مدل به خوبی می‌تواند برهم‌کنش شیمیایی- فیزیکی شیل‌های حساس به آب را شبیه‌سازی نماید. در نتیجه با تغییر خواص سیال حفاری، می‌توان رفتار شیل در مجاورت آن را شبیه‌سازی نمود و بهترین ترکیب سیال حفاری جهت کاهش مشکلات و هزینه‌ها را پیشنهاد کرد.

اما با گذشت زمان، پس از رسیدن موج فشاری به انتهای نمونه، فشار در بالادست نیز افزایش داشته و در تمام طول نمونه به تعادل رسیده است. همچنین این شکل، تاثیر برعکس بارگذاری شیمیایی، نسبت به بارگذاری هیدرولیکی در پروفایل فشار هیدرولیکی را به تصویر کشیده است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با به‌کارگیری تئوری خطی پوروالاستیک شیمیایی، معادلات میدانی حاکم بر مسأله استخراج شد. با توجه به کوپل بودن معادلات انتشار، ضمن ارائه روشی تحلیلی- عددی، جهت حل معادلات،

منابع

- [1]. Van Oort E., Hale A. H., Mody F. K, and Roy S., "Transport in shales and the design of improved water-based shale drilling fluids," SPE 28309, 1996.
- [2]. Van Oort E., "On the physical and chemical stability of shales," J. Petrol Sci. Eng. Vol. 38, p. 213, 2003.
- [3]. Chenevert M. E. "Shale control with balanced-activity oil continuous mud," J. Pet. Tech., pp. 1309-1316, 1970.
- [4] Sarout J. and Detournay E. "Chemoporoelastic analysis and experimental validation of the pore pressure transmission test for reactive shales", Int. J. Rock. Mech. Min. Sci., Vol. 48, p. 759, 2011.
- [5] Al-Bazali T., Zhang J., Chenevert M. E., and Sharma M. M., "Factors controlling the compressive strength and acoustic properties of shales when interacting with water-based fluids," Rock. Mech. Rock. Eng., Vol. 45, pp. 729-738, 2008.
- [6]. Diaz-Perez A., Cortes-Monroy I., and Roegiers J. C. "The role of water/clay interaction in the shale characterization," J. Petrol. Sci. Eng., Vol. 58, pp. 83-98, 2007.
- [7]. Sherwood J. D., "Biot poroelasticity of a chemically active shale," Proc. R. Soc. London, 440, p. 365, 1993.

- [8]. Biot M. A. "General theory of three-dimensional consolidation," *J. Appl. Phys.*, 12, p. 155, 1941.
- [9]. Sherwood J. D. and Bailey L. "Swelling of shale around a cylindrical well-bore," *Proc. R. Soc., London*, A 444, pp. 161–184, 1994.
- [10]. Heidug W. and Wong S. W., "Hydration swelling of water-absorbing Rocks: a constitutive model," *Int. J. Numer Anal Methods Geomech*, 20, p. 403, 1996.
- [11]. Roshan H. and Rahman S. S. "A fully coupled chemo-poroelastic Analysis of pore pressure and stress distribution around a wellbore in water active rocks", *Rock. Mech. Rock. Eng.*, 44, pp. 199-210, 2011.
- [12]. Roshan R. and Rahman S. S. "Analysis of pore pressure and stress distribution around a wellbore drilled in chemically active elastoplastic formations," *Rock. Mech. Rock. Eng.* 44, 541-552, 2011.
- [13]. Ghassemi A., Tao Q., and Diek A. "Influence of coupled chemo-poro-thermoelastic processes on pore pressure and stress distributions around a wellbore in swelling shale," *J. Petrol. Sci. Eng.*, 67, pp. 57-64, 2009.
- [14]. Roshan H. and Aghighi M. A., "Analysis of pore pressure distribution in shale formations under hydraulic, chemical, thermal and electrical interactions," *Trans. Porous Med.*, 92, pp. 61-81, 2012.
- [15]. Qian W., Yingcao Z., Gang W., Hongwei J., and Yushi L., "A fluid-solid-chemistry coupling model for shale wellbore stability," *Petrol. Explor. Develop.*, 39 (4), pp. 508-513, 2012.
- [16]. Staverman A. J., "The theory of measurement of osmotic pressure," *Rec. Trav. Chim.*, 70, pp. 344-352, 1951.
- [17]. Fritz, S. J. and Marine I. W., "Experimental support for a predictive osmotic model of clay membranes", *Geochemistry Cosmochim. Acta* 47, 1515-1522, 1983.
- [18]. Mody F. K. and Hale A. H., "A borehole stability model to couple the mechanics and chemistry of drilling fluid shale interaction," *J. Pet. Tech.* 1093, Nov. 1993.
- [19]. Kiewiet L., "Membrane efficiency screening equipment test procedures," CSIRO Petroleum –Specialised Drilling Fluids Laboratory, 2007.
- [20]. Detournay E., Sarout J., Tan C., and Caurel J., "Chemoporoelastic parameter identification of a reactive shale," *IUTAM Symposium on Physicochemical and Electromechanical Interaction in Porous Media*, pp. 125-132 2005.
- [21]. Firoozabadi A., "Thermodynamics of hydrocarbon reservoirs," McGraw-Hill, 1998.
- [22]. Sherwood J. D. and Craster B., "Transport of water and ions through a clay membrane," *J. Coll. Interf. Sci.* 230, pp. 349-358, 2000.
- [23]. Egonmwan A. O., "The numerical inversion of the laplace transform," M.Sc. Dissertation, Johannes Kepler University. 2012.
- [24]. رحیم زاده کیوی، ا.، "شبیه‌سازی پایداری دیواره چاه دارای شیل و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی،" پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۹۲.
- [25]. Rahimzadeh Kivi I., Ameri M. J., and Ghassemi A., "Membrane properties and pore pressure transmission of Ghom shale: experimental and numerical study," *Submitted to the International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier B. V. 2016..