

ارزیابی عدم قطعیت در پیش‌بینی ضریب بازیافت از مخازن گازی تحت رانش آب

میثم نادری^۱، بهزاد رستمی^۱ و مریم خسروی^{۲*}

۱- انستیتو مهندسی نفت، دانشکده مهندسی شیمی، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران، ایران

۲- پژوهشکده ازدیاد برداشت از مخازن نفت و گاز، شرکت ملی نفت، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۳/۲/۲ تاریخ پذیرش: ۹۳/۹/۹

چکیده

سرمایه‌گذاری در صنعت نفت به دلیل عدم قطعیت‌های موجود در پیش‌بینی عملکرد مخزن همواره با ریسک مواجه بوده است. بنابراین سرمایه‌گذاران نیاز به برآورد دقیق میزان عدم قطعیت موجود جهت کاهش ریسک سرمایه‌گذاری در این صنعت هستند. روش‌های آماری تجزیه و تحلیل ریسک در صنعت نفت به دلیل پیش‌فرض‌های مختلف با محدودیت‌هایی روبروست. در این مقاله با استفاده از چهار روش مختلف مشتمل بر: ۱- تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، ۲- درخت ادراک چندگانه، ۳- فاکتور تغییرات نسبی و در نهایت ۴- روش عدم تطابق یکپارچه؛ عدم قطعیت موجود در ضریب بازیافت گاز از مخازن گازی تحت رانش آب مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مطالعه نشان می‌دهد که بیشترین عدم قطعیت در تخمین ضریب بازیافت گاز ناشی از فاکتورهای تراوایی مخزن، فشار سرچاهی، تراوایی سفره آب و قطر لوله مغزی می‌باشد؛ لذا با کاهش عدم قطعیت در محاسبه این چهار فاکتور می‌توان ریسک سرمایه‌گذاری در این مخازن را کاهش داد. همچنین روش درخت ادراک چندگانه در تخمین محتمل‌ترین میزان بازیافت گاز نسبت به سه روش دیگر از دقت بسیار بالایی (خطای نسبی کمتر از ۰.۳٪) برخوردار است.

کلمات کلیدی: عدم قطعیت، تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، درخت ادراک چندگانه، فاکتور تغییرات نسبی، عدم تطابق یکپارچه و بازیافت گاز

مقدمه

مخازن گازی تحت رانش آب است، وابسته به بسیاری از فاکتورهای زمین‌شناسی و مهندسی دارای عدم قطعیت بوده که ریسک و سودآوری مورد انتظار از برنامه‌های توسعه این‌گونه از مخازن را تحت تاثیر قرار می‌دهد. از این‌رو برای کاهش ریسک برنامه‌های اکتشافی و توسعه این مخازن، لازم و ضروریست تا میزان و نحوه تاثیر هر یک از فاکتورهای دارای عدم قطعیت بر عملکرد مخازن گازی تحت رانش آب در راستای تولید بهینه و اقتصادی مطالعه گردد.

تکنیک‌های ارزیابی عدم قطعیت، اطلاعات مفید و ارزشمندی در اختیار سرمایه‌گذاران قرار داده تا با کمترین ریسک در صنعت نفت سرمایه‌گذاری نمایند. ذخیره هیدروکربور درجا، درصد بازیافت گاز و همچنین زمان مورد نیاز برای دست یافتن به ضریب بازیافت مشخصی که تعیین‌کننده بازده اقتصادی تولید از

یانگ و همکاران توانستند با استفاده از نسبت اشباع باقی مانده گاز به اشباع اولیه گاز، بازده روبشی نهایی آب، فشار متوسط و ترک مخزن، رابطه‌ای را برای پیش‌بینی تغییرات ضریب بازیافت گاز با میزان فعالیت سفره آب به دست آورند [۱۴]. با این حال، از آنجا که ارزیابی عدم قطعیت مستلزم درک درستی از ساختار فیزیکی و رفتار دینامیکی مخزن در طول تولید می‌باشد، فرآیندی پیچیده می‌باشد. در این مطالعه، عدم قطعیت موجود در ضریب بازیافت گاز از چهار روش مختلف شامل تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ^۱، روش درخت ادراک چندگانه^۲، فاکتور تغییرات نسبی^۳ و روش عدم تطابق یکپارچه^۴، بررسی گردیده و نتایج هر یک از روش‌های مذکور با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌گیرد. همچنین تاثیر انواع توابع توزیع^۵ در نظر گرفته شده برای متغیرهای مستقل دارای عدم قطعیت بر روی تابع توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز نیز مطالعه می‌گردد.

توصیف مدل مخزن

برای مدل‌سازی نحوه ورود آب به مخازن گاز و پیش‌بینی عملکرد میادین گازی از شبیه‌سازهای متداول مخازن استفاده می‌شود. مخزن را می‌توان به دو منطقه، منطقه گازی و سفره آبی تقسیم نمود که تغییر حجم سفره آبی را می‌توان با تولید گاز و در نتیجه افت فشار در مرز مخزن و سفره آب محاسبه نمود. در این مطالعه یک مخزن مکعبی با 31×31 سل در صفحه افقی و ۱۰ سل در راستای عمود نظر گرفته شده است که دارای گستردگی سطحی معادل با ۲۲۰ ایکر و شیب پنج درجه می‌باشد. نسبت تراوایی عمودی به تراوایی افقی برابر با ۰/۱ در نظر گرفته شده است. دمای مخزن برابر با 220°F و تخلخل آن ۱۱٪ می‌باشد.

مطالعات اولیه بر روی عملکرد مخازن گازی تحت رانش آب توسط جفن، نار و هندرسون صورت پذیرفت. نتایج کارهای آزمایشگاهی آنها نشان داد که میزان بازیافت گاز به هنگام سیلاب‌زنی حدوداً ۵۰٪ بوده و در نتیجه کسر قابل توجهی از حجم گاز در جای اولیه در شرایط ترک مخزن باقی خواهد ماند [۱-۳]. تحقیقات هشیم نشان داد که با افزایش اندازه سفره آب از دو برابر اندازه مخزن، میزان بازیافت گاز کاهش می‌یابد [۴]. کوهن با شبیه‌سازی مخازن گازی تحت رانش آب دریافت که با افزایش نرخ تولید گاز علیرغم افزایش کسر جزئی آب در تعدادی از چاه‌های تولیدی، ضریب بازیافت گاز به میزان ۲/۳٪ افزایش می‌یابد [۵]. هووار و همکاران با توسعه یک مدل تحلیلی نتیجه گرفتند که با کاهش نرخ تولید گاز به دلیل افزایش بازده روبشی آب ضریب بازیافت افزایش می‌یابد [۶]. لایس با استفاده از مدل‌های ریاضی و داده‌های تولیدی توانست پارامترهای مرتبط با سفره آب از جمله ابعاد، تخلخل، تراوایی، ضریب تراکم‌پذیری و زاویه موثر سفره آب را با دقت بالایی تعیین نماید [۷]. در سال ۲۰۰۱ کالدول و همکاران به بررسی دلایل ایجاد عدم قطعیت در خروجی بسیاری از مدل‌ها پرداخته و نشان دادند که عدم قطعیت می‌تواند ناشی از عواملی مانند خطای اندازه‌گیری، خطا در مدل ریاضی و عدم دسترسی به مجموعه‌ای کامل از داده‌های مورد نیاز برای توصیف مخزن باشد [۸]. آرمنتا و همکاران به مطالعه تأثیر نحوه تکمیل چاه‌های گازی بر روی عملکردشان پرداختند [۹-۱۱]. دیپاک و همکاران در سال ۲۰۰۷ برای توسعه مخازن گازی غیر متعارف از روش ارزیابی عدم قطعیت یکپارچه استفاده نمودند [۱۲]. جکسون و همکاران اثر افزایش نرخ تولید بر ضریب بازیافت گاز در چاه‌های افقی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که با افزایش نرخ تولید و نسبت تراوایی عمودی به تراوایی افقی، ضریب بازیافت گاز به دلیل مخروطی شدن آب کاهش می‌یابد [۱۳].

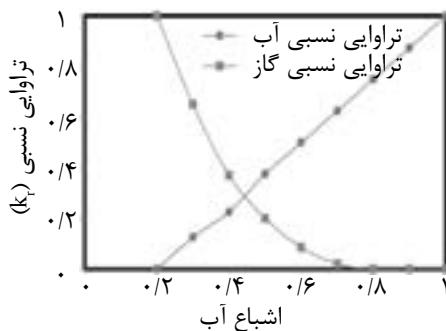
1. Experimental Design Theory & Response Surface Methodology

2. Multiple Realization Tree

3. Relative Variation Factor

4. Integrated Mismatch Method

5. Probability Distribution Function



شکل ۲ تراوایی نسبی آب و گاز.

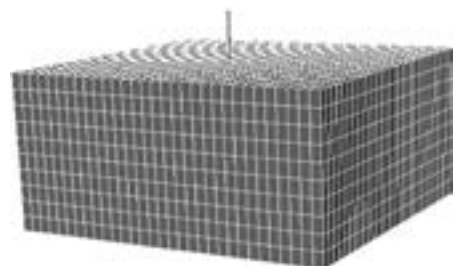
روش تئوری طراحی تجربی و سطح پاسخ

تئوری طراحی تجربی و سطح پاسخ در طراحی‌ها، توصیف عملکرد سیستم‌ها، توسعه و آنالیز اطلاعات در بسیاری از علوم جدید کاربرد فراوانی پیدا کرده است. همچنین این تئوری در بهبود مطالعات فعلی و کاهش عدم قطعیت بسیاری از مدل‌های تجربی با تغییر شرایط غیر قابل کنترل محیطی تاثیر به‌سزایی دارد [۲۰-۲۲]. تئوری طراحی تجربی یک روش بسیار مفید برای به‌دست آوردن بیشترین اطلاعات با به حداقل رساندن تعداد دفعات اجرای شبیه‌سازی با استفاده از روشی هوشمند است. از مهم‌ترین روش‌های طراحی می‌توان به روش طراحی پلاکت-بورمن^۶، مرکب مرکزی^۷، کسر فاکتوریل دو یا سه سطحی^۸، فاکتوریل کامل دو یا سه سطحی^۹ و باکس-بنکن^{۱۰} اشاره نمود. در این مطالعه در راستای کاهش دفعات اجرای شبیه‌سازی، کمینه بودن خطای باقی‌مانده و همچنین به دلیل ماهیت غیرخطی رابطه بین متغیرهای مستقل و ضریب بازیافت گاز، از روش باکس بنکن در شبیه‌سازی مخزن استفاده خواهد شد.

همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، یک چاه عمودی تولیدی در مرکز مدل قرار دارد، که در آن، هنگامی که نرخ تولید گاز به ۰/۱ مقدار ماکزیمم نرخ تولید اولیه برسد، چاه بسته خواهد شد. در این مدل گرانروی گاز با استفاده از معادلات لی و گونزالس^۱ [۱۵] و ضریب انحراف گاز^۲ با استفاده از روابط درانچک^۳ محاسبه می‌شوند [۱۶]. تراوایی نسبی آب و گاز بر حسب اشباع آب در شکل (۲) نشان داده شده است. در این مطالعه برای نمودارهای عملکرد جریان عمودی^۴ از روابط توسعه داده شده توسط پتالاس و عزیز به دلیل جامع و دقیق تر بودن آن نسبت به دیگر مدل‌ها، استفاده شده است [۱۷]. سفره آبی فتکوویچ^۵ از منتهای الیه زیرین مخزن به آن متصل شده است. با افت فشار در مرز مخزن و سفره آب، به واسطه تولید گاز، آب در جهت عمود و به سمت بالا حرکت خواهد کرد.

روش‌های مختلف ارزیابی عدم قطعیت در ضریب بازیافت گاز

روش‌های تجزیه و تحلیل عدم قطعیت، روش‌های جدید و جامعی برای ارزیابی و مقایسه میزان ریسک انتخاب هر یک از سناریوهای سرمایه‌گذاری در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد. نتیجه این است که تصمیم‌گیرنده با بینشی روشن احتمال دستیابی به سطوح مختلف از سودآوری را بررسی می‌کند [۱۸-۱۹]. در ادامه چهار روش تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، روش درخت ادراک چندگانه، فاکتور تغییرات نسبی و روش عدم تطابق یکپارچه مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱ مخزن مدل شده در این مطالعه.

1. Lee & Gonzalez
2. Gas Deviation Factor
3. Dranchuk
4. Vertical Flow Performance Curves
5. Fetkovich Aquifer
6. Plackett-Burman Design
7. Central Composite Design
8. Two or Three Level Fractional Factorial Design
9. Two or Three Level Full Factorial Design
10. Box-Behnken Design

به ترتیب بیشترین تاثیر را بر ضریب بازیافت گاز دارند. بر مبنای این چهار متغیر با استفاده از روش باکس-بنکن، ۲۵ مدل مختلف طراحی و شبیه‌سازی می‌شود. جدول (۱) محدوده تغییرات و تابع تبدیل^۱ هر کدام از فاکتورها را نشان می‌دهد. در این جدول، x_1, x_2, x_3, x_4 به ترتیب متغیر کد شده برای فاکتورهای تراوایی مخزن، فشار سرچاهی، قطر لوله مغزی و تراوایی سفره آب می‌باشند. در متدولوژی سطح پاسخ به دلیل راحتی کار از توابع تبدیل استفاده می‌شود. جدول ۲ طراحی باکس-بنکن برای چهار متغیر x_1, x_2, x_3, x_4 به همراه نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در این جدول مقادیر -۱، ۰ و ۱ به ترتیب بیانگر کم‌ترین، حد وسط و بیشترین مقدار متغیرهای مورد مطالعه می‌باشند. با در نظر گرفتن سطح اطمینان^۲ ۱۰٪، آنالیزهای سطح پاسخ، معادله زیر را برای ضریب بازیافت گاز ارائه می‌دهد:

$$RF = 69/865 + 16/043 X_1 - 4/312 X_2 - 1/068 X_3 + 1/117 X_4 - 8/947 X_{12} + 3/423 X_2 X_4 \quad (2)$$

که در آن X_1 بیانگر تراوایی مخزن، X_2 فشار سرچاهی، X_3 قطر لوله مغزی و X_4 تراوایی سفره آب می‌باشد. مقادیر ضریب تعیین^۴ و ضریب تعیین تعدیل شده^۵ برای معادله ۲ به ترتیب برابر با ۹۸ و ۴۹۷٪ است. مرحله آخر ارزیابی عدم قطعیت به روش تئوری طراحی تجربی و سطح پاسخ تعیین توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. در این روش، توزیع نهایی تابع پاسخ، به‌طور مستقیم به توابع چگالی احتمال متغیرها وابسته است. بنابراین تخصیص توابع چگالی احتمال مناسب، تاثیر به‌سزایی در راستای موفقیت روش مونت کارلو خواهد داشت. معمولاً از توزیع‌های نرمال^۶، مثلثی^۷، لاگ نرمال^۸ و یکنواخت^۹ استفاده می‌شود [۲۷].

متدولوژی سطح پاسخ نیز مجموعه‌ای از تکنیک‌های آماری و ریاضی بوده که در راستای تخمین رابطه‌ای معنادار بین متغیرهای مستقل و وابسته می‌کوشد. معمولاً به دلیل غیرخطی بودن توابع پاسخ، از مدل‌های درجه دوم استفاده می‌شود. فرم کلی مدل‌های درجه دوم در زیر نشان داده شده است.

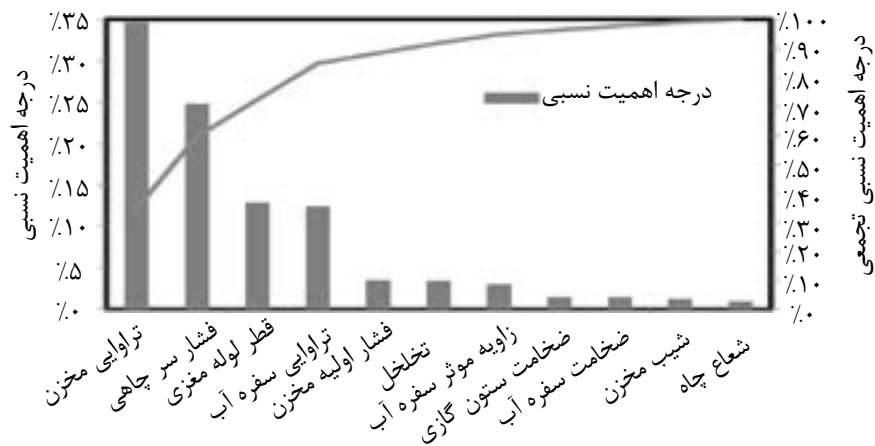
$$F = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i < j}^{k-1} \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

که در آن F بیانگر تابع پاسخ، β ضرایب مدل، x متغیرهای مستقل مدل و k تعداد متغیرهای مدل می‌باشند. ارزیابی عدم قطعیت با استفاده از تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ شامل مراحل زیر است [۲۳-۲۶]:

- (۱) ساخت مدل مخزن و تطبیق تاریخچه تولید از آن.
- (۲) حساسیت سنجی و شناسایی موثرترین متغیرهای مستقل دارای عدم قطعیت بر ضریب بازیافت گاز.
- (۳) طراحی و اجرای شبیه‌سازی با استفاده از تئوری طراحی تجربی برای ترکیب‌های مختلف از موثرترین متغیرها.
- (۴) تعیین معادله رگرسیون ضریب بازیافت گاز با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ.
- (۵) تعیین توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو.

در این مطالعه ابتدا بر مبنای مدل‌های تحلیلی موجود، یازده فاکتور شامل تراوایی مخزن و تراوایی سفره آب، تخلخل، شعاع چاه، فشار اولیه مخزن، ضخامت ستون گازی، فشار سرچاهی، قطر لوله مغزی، شیب مخزن، ضخامت ستون سفره آب به همراه زاویه موثر آن به عنوان پارامترهای موثر در نتیجه انتخاب گردیدند. سپس به منظور غربال‌گری و یافتن درجه تاثیرگذاری نسبی این فاکتورها در تغییر تابع پاسخ ضریب بازیافت گاز، ۲۳ مدل مختلف شبیه‌سازی شد. شکل (۳) میزان اهمیت نسبی یازده فاکتور ذکر شده در میزان بازیافت گاز را پس از شبیه‌سازی ایستا نشان می‌دهد. شکل (۳) نشان می‌دهد که فاکتورهای تراوایی مخزن، فشار سرچاهی، قطر لوله مغزی و تراوایی سفره آب،

1. Transfer Function
2. Confidence Level
3. Recovery Factor (RF)
4. Coefficient of Determination
5. Adjusted Coefficient of Determination
6. Normal Distribution
7. Triangular Distribution
8. Lognormal Distribution
9. Uniform Distribution



شکل ۳ درجه اهمیت نسبی یازده متغیر بر روی ضریب بازیافت گاز.

جدول ۱ حدود تغییرات و تابع تبدیل فاکتورها.

تابع تبدیل	سطوح			متغیر کد شده	متغیر	فاکتور	
$\text{Log}(K_{\text{RES}})-1$	۱۰۰	۱۰	۱	X_1	K_{RES}	md	تراوایی مخزن
$\frac{\text{THP} - 1000}{300}$	۱۳۰۰	۱۰۰۰	۷۰۰	X_2	THP	psi	فشار سرچاهی
$\frac{D_t - 5/5}{1/5}$	۷	۵/۵	۴	X_3	D_t	inch	قطر لوله مغزی
$\text{Log}(K_{\text{AQ}})-1$	۱۰۰	۱۰	۱	X_4	K_{AQ}	md	تراوایی سفره آب

جدول ۲ طراحی باکس - بنکن برای چهار متغیر دارای عدم قطعیت.

ضریب بازیافت (%)	X_4	X_3	X_2	X_1	اجرا	ضریب بازیافت (%)	X_4	X_3	X_2	X_1	اجرا
۴۱/۳۳	۰	۰	۱	-۱	۱۴	۷۵/۷۵	۱	۰	۰	۱	۱
۴۶/۵۶	۰	۱	۰	-۱	۱۵	۷۷/۳۹	-۱	۰	۰	۱	۲
۶۹/۳۹	۰	-۱	۱	۰	۱۶	۴۷/۸۸	۰	۰	-۱	-۱	۳
۷۴/۷۱	۰	-۱	-۱	۰	۱۷	۷۴/۶۱	-۱	۰	-۱	۰	۴
۷۶/۱۷	۰	۱	۰	۱	۱۸	۴۲/۶۶	۱	۰	۰	-۱	۵
۷۱/۲۶	۱	۰	۱	۰	۱۹	۶۹/۸۴	-۱	-۱	۰	۰	۶
۷۲/۳۵	۱	۰	-۱	۰	۲۰	۴۵/۹	-۱	۰	۰	-۱	۷
۷۱/۷	۱	-۱	۰	۰	۲۱	۶۴/۵۴	-۱	۱	۰	۰	۸
۶۲/۲	۰	۱	۱	۰	۲۲	۷۷/۷	۰	-۱	۰	۱	۹
۴۴/۹۲	۰	-۱	۰	-۱	۲۳	۵۹/۸۳	-۱	۰	۱	۰	۱۰
۷۱/۶۹	۱	۱	۰	۰	۲۴	۸۳/۳۸	۰	۰	-۱	۱	۱۱
۷۴/۲۹	۰	۱	-۱	۰	۲۵	۷۱/۴۷	۰	۰	۱	۱	۱۲
						۷۱/۸۳	۰	۰	۰	۰	۱۳

روش درخت ادراک چندگانه شامل مراحل زیر است:
۱- ساخت مدل مخزن و تطبیق تاریخچه تولید از آن.

۲- حساسیت سنجی و شناسایی موثرترین متغیرهای مستقل دارای عدم قطعیت بر ضریب بازیافت گاز.

۳- ایجاد درخت ادراک چندگانه برای ضریب بازیافت گاز.

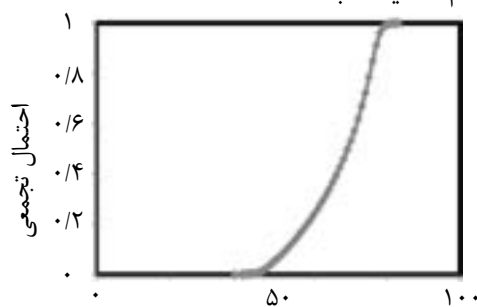
۴- اختصاص احتمال به شاخه‌های درخت ادراک چندگانه براساس مطالعات پیشین، دانش و اطلاعات در دسترس.

۵- اجرای شبیه‌سازی برای هر یک از شاخه‌های درخت ادراک چندگانه.

۶- محاسبه احتمال هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده در مرحله پنجم.

۷- تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از مراحل پنجم و ششم به منظور تعیین توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز.

مراحل اول و دوم همانند ارزیابی عدم قطعیت به روش تئوری طراحی تجربی و سطح پاسخ است. نمونه‌ای از درخت ادراک چندگانه برای سه متغیر در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل مقادیر ۰، ۱ و ۱ به ترتیب بیانگر مقادیر حد پایین، محتمل‌ترین و حد بالای متغیرها می‌باشند. ضریب بازیافت به‌عنوان ریشه درخت ادراک چندگانه تعریف می‌شود.



ضریب بازیافت گاز

شکل ۴ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ.

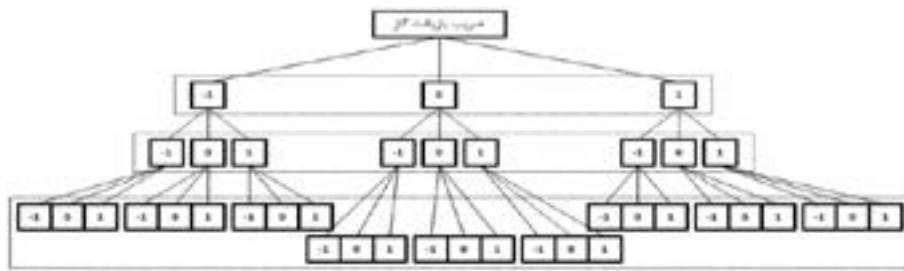
جدول ۳ تاثیر توابع مثلثی و یکنواخت بر روی توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز.

توزیع مثلثی	احتمال ۱۰٪	احتمال ۵۰٪	احتمال ۹۰٪	کم‌ترین مقدار	بیشترین مقدار
۵۷/۹	۶۹/۷۵	۷۶/۳	۴۱/۹۶	۸۲/۸۴	
۵۱/۱۸	۶۹/۴	۷۸/۰۶	۳۷/۵۵	۸۳/۸	

در این مطالعه، براساس مطالعات پیشین، قوانین آماری موجود و اطلاعات در دسترس، توزیع لاگ نرمال برای تراوایی مخزن و تراوایی سفره آب، توزیع مثلثی برای دو فاکتور فشار سرچاهی و قطر لوله مغزی در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از توابع چگالی احتمال متغیرها، مقدار ضریب بازیافت گاز از طریق معادله ۲ برای ۱۰۰۰۰ دفعه تکرار و به‌صورت تصادفی محاسبه می‌شود تا توزیع نهایی آن همانند شکل ۴ به‌دست آید. با توجه به شکل (۴) مقادیر احتمال ۱۰، ۵۰ و ۹۰٪ برای ضریب بازیافت گاز به ترتیب برابر با ۵۲/۸۴، ۶۹/۶۱ و ۷۷/۳٪ می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ضریب بازیافت گاز با احتمال ۸۰٪، بین اعداد ۵۲/۸۴ و ۷۷/۳٪ خواهد بود. همچنین جدول ۳ مقادیر احتمال ۱۰، ۵۰ و ۹۰٪ ضریب بازیافت گاز را در صورتی که صرفاً از توزیع‌های مثلثی و یکنواخت برای هر چهار متغیر استفاده شود، نشان می‌دهد.

روش درخت ادراک چندگانه

روش درخت ادراک چندگانه در صنعت نفت به منظور برآورد بازیافت نهایی و ذخایر میادین نفت و گاز استفاده می‌شود [۲۸-۲۹]. این روش یک روش قدرتمند در راستای کمک به تصمیم‌گیری صحیح به هنگام بررسی مطلوبیت نسبی اجرای طرح‌های مختلف توسعه‌ای است. ارزیابی عدم قطعیت به



شکل ۵ درخت ادراک چندگانه برای سه متغیر.

نشان می‌دهد. ارزیابی عدم قطعیت به روش درخت ادراک چندگانه همانند ارزیابی عدم قطعیت به روش طراحی فاکتوریل کامل در سه سطح بوده که تنها در نحوه محاسبه احتمال برای هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده با یکدیگر اختلاف دارند. بررسی شکل ۶ نشان می‌دهد که ضریب بازیافت گاز با احتمال 0.80 ، بین اعداد $44/83$ و $77/9$ خواهد بود. ضریب بازیافت گاز در بازه تغییرات در نظر گرفته شده برای چهار فاکتور مخزنی و مهندسی، با احتمال 0.10 کمتر از $44/83$ خواهد بود.

روش فاکتور تغییرات نسبی

ارزیابی عدم قطعیت به روش فاکتور تغییرات نسبی با انتخاب موثرترین پارامترهای مخزن آغاز می‌شود. پس از شناسایی و تعیین محدوده تغییرات هر کدام از متغیرها، مقدار پایه یا مقدار مرجع ضریب بازیافت بر اساس محتمل‌ترین مقادیر متغیرها محاسبه می‌گردد. در مرحله بعد برای تعیین توابع چگالی هر کدام از متغیرهای ورودی به مدل بایستی مقدار ضریب بازیافت گاز را در دو حالت حد پایین و حد بالای مربوط به آن متغیر در زمانیکه دیگر متغیرهای مدل در مقادیر حد وسطشان ثابت نگه داشته شده‌اند، محاسبه نمود. مقادیر محاسبه شده برای ضریب بازیافت گاز را در هر سه حالت حد پایین، محتمل‌ترین و حد بالا بر مقدار مرجع ضریب بازیافت گاز تقسیم نموده تا سه عدد کوچک‌تر از یک، مساوی با یک و بزرگ‌تر از یک به دست آید. در ادامه می‌توان تابع چگالی احتمال مثلی را با استفاده از این سه عدد محاسبه شده برای متغیر ورودی مورد نظر تعیین نمود [۲۳].

موثرترین پارامتر شناسایی شده در سطح اول درخت قرار گرفته و تمام متغیرهای کلیدی دیگر به ترتیب اهمیتشان در سطوح پایین‌تر قرار می‌گیرند. احتمالات برای هر یک از مقادیر حد پایین، محتمل‌ترین و حد بالای متغیرها براساس بهترین دانش و اطلاعات در دسترس از مطالعه مخزن تخصیص داده می‌شوند. تعداد دفعات اجرای شبیه‌ساز براساس تعداد متغیرهای موثر شناسایی شده در مرحله دوم تعیین می‌گردد. تعداد سطوح درخت ادراک چندگانه برابر با تعداد موثرترین متغیرها خواهد بود. لازم است به تعداد برگ‌های موجود در آخرین سطح، شبیه‌سازی اجرا گردد. با توجه با اینکه برای هر متغیر سه احتمال وجود دارد، در آخرین سطح درخت ادراک چندگانه به تعداد 3^n برگ خواهیم داشت. بنابراین تعداد دفعات اجرای شبیه‌سازی برابر با 3^n بوده که در آن n بیانگر تعداد متغیرهای تاثیر گذار بر ضریب بازیافت گاز است. همچنین احتمال برای هر برگ از حاصل ضرب احتمالات متناظر با تمام برگ‌های مرتبط با آن برگ در سطوح قبلی درخت محاسبه خواهد شد. پس از اتمام شبیه‌سازی و جمع‌آوری اطلاعات مورد نیاز برای محاسبه ضریب بازیافت گاز و تعیین احتمال هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده، می‌توان توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز را به دست آورد. براساس مطالعات پیشین، احتمالات برای هر یک از مقادیر حد پایین، محتمل‌ترین و حد بالای مربوط به متغیرهای مدل که به ترتیب متناظر با اعداد -1 ، 0 و 1 بوده برابر با 25 ، 50 و 25 ٪ در نظر گرفته شده است. شکل ۶ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش درخت ادراک چندگانه را



شکل ۶ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش درخت ادراک چندگانه.

جدول ۴ مقادیر a و b برای متغیرهای مستقل.

b	a	متغیر	
۱/۱۰۱۶	۰/۶۴۲۳	md	تراوایی مخزن
۱/۰۶۱۷	۰/۹۳۸۳	psi	فشار سرچاهی
۱/۰۱۵۳	۰/۹۸۴۷	inch	قطر لوله مغزی
۱/۰۱۶	۰/۹۸۴	md	تراوایی سفره آب

شکل (۷) توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز را به روش فاکتور تغییرات نسبی نشان می‌دهد که ضریب بازیافت گاز با احتمال ۰/۸۰، بین اعداد ۵۳/۵۹ و ۷۲/۵۵٪ خواهد بود. ضریب بازیافت گاز با احتمال ۱۰ و ۵۰٪ به ترتیب کمتر از ۵۳/۵۹٪ و ۶۴/۸۴٪ است.

روش عدم تطابق یکپارچه

در این روش، ارزیابی عدم قطعیت براساس میزان عدم تطابق داده‌های مشاهده شده و رگرسیون صورت می‌پذیرد [۲۳]. برای تعیین میزان عدم تطابق از یک تابع هدف^۱ یا تابع عدم تطابق^۲ در راستای به حداقل رساندن آن استفاده می‌شود. عدم تطابق بین داده‌های مشاهده شده و داده‌های رگرسیون را می‌توان از طریق مجموع مربعات همانند رابطه زیر نمایش داد:

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (w_i (y_i^{cal} - y_i^{obs}))^2}{N}} \quad (6)$$

که در آن M بیانگر عدم تطابق، N تعداد داده‌های مشاهده شده، σ انحراف استاندارد اختلاف داده‌ها، w وزن داده‌ها، y_i^{obs} مقدار مشاهده شده و y_i^{cal} مقدار محاسبه شده برای متغیر مورد نظر است.

توزیع مثلثی با تعریف سه عدد (a و p، b) که در آن a بیانگر کم‌ترین، b بیشترین و p محتمل‌ترین مقدار مربوط به متغیرهای مدل است، تعیین می‌شود. ابتدا یک متغیر تصادفی مانند u با توزیع یکنواخت استاندارد ساخته و سپس می‌توان متغیر تصادفی T را که دارای توزیع مثلثی است از معادلات زیر محاسبه نمود. اگر مقدار u کمتر از عبارت $(p-a)/(b-a)$ باشد از معادله ۳ مقدار T محاسبه می‌شود، در غیر این صورت بایستی از معادله (۴) استفاده نمود.

$$T = a + \sqrt{(b-a)(p-a)u} \quad (3)$$

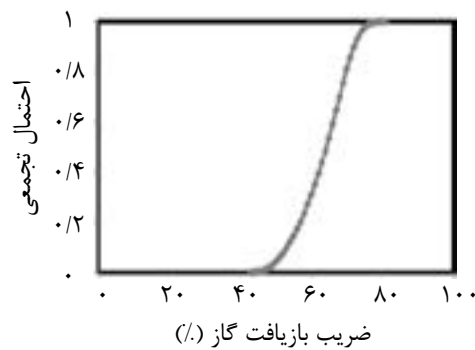
$$T = b - \sqrt{(b-a)(b-p)(1-u)} \quad (4)$$

مقادیر a، b برای متغیرهای تراوایی مخزن، فشار سرچاهی، قطر لوله مغزی و تراوایی سفره آب در جدول ۴ نشان داده شده است. همچنین مقدار p برای تمام متغیرهای مذکور برابر با یک می‌باشد. تعداد دفعات مورد نیاز اجرای شبیه‌ساز در این روش برابر با $2n+1$ خواهد بود که در آن n بیانگر تعداد متغیرها است. تابع چگالی احتمال ضریب بازیافت گاز از معادله ۵ که حاصل ضرب مقدار پایه ضریب بازیافت گاز و تابع چگالی احتمال موثرترین متغیرهای مدل است، به دست می‌آید.

$$RF = RF_{Base} \times \Delta_{x1} \times \Delta_{x2} \times \Delta_{x3} \times \dots \times \Delta_{xn} \quad (5)$$

که در آن RF_{Base} مقدار پایه ضریب بازیافت گاز و Δ_{xi} تابع چگالی احتمال مثلثی متغیرهای ورودی به مدل است. RF توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز بوده که با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تعیین می‌شود.

1. Objective Function
2. Mismatch Function



شکل ۷ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش فاکتور تغییرات نسبی.

مستقل دارای عدم قطعیت بر ضریب بازیافت گاز.
 ۳- انتخاب بهینه‌ترین روش طراحی و اجرای شبیه‌ساز براساس آن.
 ۳- محاسبه عدم تطابق برای هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده طبق معادله ۶.
 ۵- تعیین تابع پاسخ با استفاده از رگرسیون چند متغیره برای ضریب بازیافت گاز و عدم تطابق.
 ۶- محاسبه تابع پاسخ برای ضریب بازیافت گاز و عدم تطابق در تمام محدوده متغیرها.
 ۷- محاسبه احتمال برای هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده طبق معادله ۷.
 ۸- تعیین توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز براساس نتایج مراحل ۶ و ۷.
 تابع پاسخ به‌دست آمده برای عدم تطابق با در نظر گرفتن سطح اطمینان ۱۰٪ به صورت زیر می‌باشد:

$$M = 2.643 + 0.941X_1 + 0.433X_2 - 0.215X_3 + 1.367X_4 + 1.202X_1^2 + 1.31X_2^2 + 1.333X_3^2 + 1.925X_1X_2 + 2.523X_1X_4 - 3.838X_2X_3 + 1.44X_2X_4 \quad (8)$$

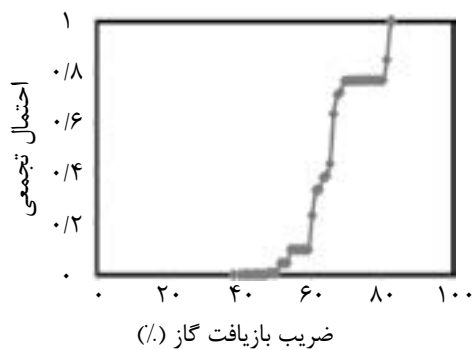
که در آن X_1 بیانگر تراوایی مخزن، X_2 فشار سرچاهی، X_3 قطر لوله مغزی و X_4 تراوایی سفره آب می‌باشد. در این مطالعه، میزان عدم تطابق هر یک از مدل‌های شبیه‌سازی شده با مدل پایه مخزن براساس تفاوت در مقادیر فشار ته چاهی محاسبه شده است. "مقادیر ضریب تعیین" و "ضریب تعیین تعدیل شده" برای معادله ۸ به ترتیب برابر با ۸۸ و ۷۸٪ است. شکل (۸) توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز را با استفاده از روش عدم تطابق یکپارچه نشان می‌دهد.

میزان عدم تطابق در حقیقت بیانگر فاصله بین داده‌های شبیه‌سازی شده و داده‌های واقعی تولیدی است. لازم به‌ذکر می‌باشد که در ارزیابی عدم قطعیت به روش عدم تطابق یکپارچه، در صورت عدم دسترسی به داده‌های واقعی تولید، می‌توان از داده‌های خروجی مدل پایه شامل فشار سرچاهی، فشار ته چاهی، نرخ تولید آب و یا نسبت گاز به آب تولیدی به‌عنوان تخمینی از داده‌های واقعی تولید، استفاده نمود [۲۳]. با کاهش میزان عدم تطابق مدل شبیه‌سازی شده مخزن به مدل واقعی مخزن نزدیک‌تر می‌شود. فاکتور وزن در تابع عدم تطابق بیانگر میزان اهمیت نسبی انواع داده‌های تولیدی در دسترس بوده که میزان عدم تطابق براساس آن محاسبه می‌گردد. به‌عنوان مثال، میزان عدم تطابق می‌تواند ناشی از عدم تطابق در مقادیر فشار سرچاهی، فشار ته چاهی، نرخ تولید آب و نسبت گاز به آب تولیدی واقعی با مقادیر شبیه‌سازی شده باشد. پس از تعیین میزان عدم تطابق مدل شبیه‌سازی شده می‌توان احتمال آن مدل را از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$L = c \exp\left(-\frac{N}{2}M^2\right) \quad (7)$$

که در آن L بیانگر احتمال، M عدم تطابق، N تعداد داده‌ها و C عددی ثابت بوده که مجموع تمام احتمالات را برابر با یک می‌کند. به‌طور کلی ارزیابی عدم قطعیت با استفاده از روش مذکور شامل مراحل زیر می‌شود:

- ۱- ساخت مدل مخزن و تطبیق تاریخچه تولید از آن.
- ۲- حساسیت‌سنجی و شناسایی موثرترین متغیرهای



شکل ۸- توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش عدم تطابق یکپارچه

بازه کم‌تری را برای ضریب بازیافت گاز متناظر با احتمالات ۱۰ و ۹۰٪ پیش‌بینی می‌کند. بیشترین تغییر در احتمال تجمعی ضریب بازیافت گاز مربوط به نمودار عدم تطابق یکپارچه بوده که نشان از کاهش میزان عدم قطعیت است. در روش عدم تطابق یکپارچه به مدل‌هایی که دارای میزان عدم تطابق بالایی بوده وزن کمتری تعلق گرفته و در نتیجه درجه عدم قطعیت در پیش‌بینی ضریب بازیافت گاز کاهش می‌یابد. خطای نسبی هر یک از چهار روش در تخمین محتمل‌ترین ضریب بازیافت گاز براساس روش‌های تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، درخت ادراک چندگانه، فاکتور تغییرات نسبی و عدم تطابق یکپارچه به ترتیب برابر با ۳/۰۹، ۲/۷۷، ۹/۷۳ و ۸/۰۷ است. کمترین و بیشترین خطای نسبی به ترتیب مربوط به روش درخت ادراک چندگانه و روش فاکتور تغییرات نسبی است. بررسی نتایج حاصل از ارزیابی عدم قطعیت نشان می‌دهد که مقدار محاسبه شده ضریب بازیافت گاز با احتمال ۵۰ و ۹۰٪ به ترتیب از روش‌های تئوری طراحی تجربی و عدم تطابق یکپارچه، مستقل از توابع توزیع احتمال در نظر گرفته شده برای متغیرها می‌باشد. همچنین در روش عدم تطابق یکپارچه، در نظر گرفتن تابع توزیع یکنواخت برای متغیرها، نتیجه بسیار دقیق‌تری نسبت به توزیع مثلثی ارائه می‌دهد خطای نسبی این روش در تخمین محتمل‌ترین مقدار ضریب بازیافت گاز در صورت استفاده از توزیع‌های یکنواخت و مثلثی به ترتیب برابر با ۱۰/۹ و ۲۲/۰۴٪ است.

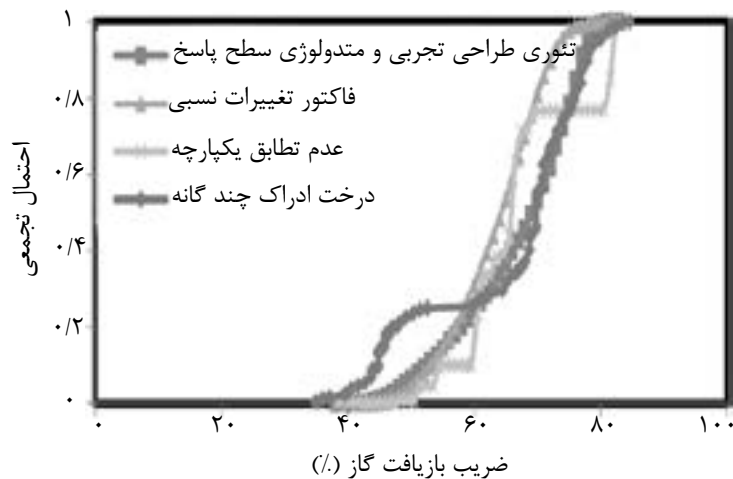
با بررسی شکل (۸) می‌توان نتیجه گرفت که ضریب بازیافت گاز با احتمال ۸۰٪، بین اعداد ۵۹/۶ و ۸۲/۲٪ خواهد بود. ضریب بازیافت گاز در بازه تغییرات در نظر گرفته شده برای چهار فاکتور مخزنی و مهندسی، با احتمال ۱۰٪ کمتر از ۵۹/۶٪ خواهد بود. محتمل‌ترین مقدار برابر با ۶۶/۰۳٪ است. همچنین کم‌ترین و بیشترین مقدار به‌دست آمده برای ضریب بازیافت گاز پس از ۱۰۰۰۰ دفعه تکرار محاسبات به ترتیب برابر با ۳۸/۱۷ و ۸۲/۹۲٪ خواهد بود. همچنین جدول (۵) مقادیر احتمال ۱۰، ۵۰ و ۹۰٪ ضریب بازیافت گاز را در صورتی که صرفاً از توزیع‌های مثلثی و یکنواخت برای هر چهار متغیر استفاده شود، نشان می‌دهد.

مقایسه انواع روش‌های ارزیابی عدم قطعیت

شکل ۹ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز با استفاده از چهار روش ارزیابی عدم قطعیت را نشان می‌دهد. گرچه این چهار نمودار تفاوت‌هایی با یکدیگر داشته اما هر چهار روش مقدار محتمل ضریب بازیافت گاز را با کمترین خطای نسبی پیش‌بینی می‌نمایند. نمودارهای به‌دست آمده از تئوری طراحی تجربی و فاکتور تغییرات نسبی هموار بوده، حال آنکه نمودارهای مربوط به درخت ادراک چندگانه و روش عدم تطابق یکپارچه این طور نیستند. روش درخت ادراک چندگانه نسبت به روش‌های دیگر برای ضریب بازیافت‌های کمتر از ۵۹/۶۱٪ به‌طور میانگین ۱۱٪ احتمال بیشتری را پیش‌بینی می‌نماید. روش فاکتور تغییرات نسبی، نسبت به دیگر روش‌ها

جدول ۵ تاثیر توابع توزیع مثلثی و یکنواخت بر روی توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به روش عدم تطابق یکپارچه.

بیشترین مقدار	کمترین مقدار	احتمال ۹۰٪	احتمال ۵۰٪	احتمال ۱۰٪	
۸۲/۸۴	۴۱/۹۶	۸۲/۱	۵۶	۵۰/۴۳	توزیع مثلثی
۸۳/۸	۳۷/۵۵	۸۲/۴	۶۴	۴۸/۶۴	توزیع یکنواخت



شکل ۹ توزیع نهایی ضریب بازیافت گاز به چهار روش مختلف.

نتیجه گیری

پیش‌بینی نموده ولی در تخمین محتمل‌ترین ضریب بازیافت گاز خطای نسبی بالایی دارد. ۴- عدم تطابق یکپارچه به دلیل تاثیر دادن میزان اختلاف بین داده‌های مربوط به مدل پایه و دیگر مدل‌های شبیه‌سازی شده، در تخمین محتمل‌ترین مقدار ضریب بازیافت گاز نسبت به روش فاکتور تغییرات نسبی خطای کمتری دارد.

۵- اختصاص توابع چگالی احتمال برای متغیرهای مدل در تمام روش‌های مطالعه شده به غیر از روش عدم تطابق یکپارچه مستلزم نوعی قضاوت و درک ذهنی بوده که خود این موضوع عدم قطعیتی را در پیش‌بینی ایجاد می‌نماید.

علائم و نشانه‌ها

X_1 : متغیر مستقل کد شده برای تراوایی مخزن
 X_2 : متغیر مستقل کد شده برای فشار سرچاهی
 X_3 : متغیر مستقل کد شده برای قطر لوله مغزی
 X_4 : متغیر مستقل کد شده برای تراوایی سفره آب

در این مطالعه عدم قطعیت موجود در ضریب بازیافت گاز از مخازن گازی تحت رانش آب با استفاده از چهار روش تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، درخت ادراک چندگانه، فاکتور تغییرات نسبی و روش عدم تطابق یکپارچه مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر حاصل گردید:

۱- در ارزیابی عدم قطعیت به روش تئوری طراحی تجربی و متدولوژی سطح پاسخ، عدم قطعیت‌های موجود در متغیرهای تراوایی مخزن، فشار سرچاهی، تراوایی سفره آب و قطر لوله مغزی به ترتیب بیشترین تاثیر را در پیش‌بینی ضریب بازیافت گاز از مخازن گازی تحت رانش آب خواهند داشت.

۲- ارزیابی عدم قطعیت به روش درخت ادراک چندگانه نسبت به روش‌های دیگر در تخمین محتمل‌ترین میزان ضریب بازیافت گاز از دقت بالایی برخوردار است.

۳- روش فاکتور تغییرات نسبی، نسبت به روش‌های دیگر دامنه محدودتری را برای ضریب بازیافت گاز

Δ_{xi} : تابع چگالی احتمال مثلثی برای متغیرهای	F : تابع پاسخ
مستقل کد شده	β : ضرایب مدل
M : میزان عدم تطابق	n : تعداد متغیرهای مدل
N : تعداد داده‌های مشاهده شده	a : حد پایین توزیع مثلثی p : حد وسط توزیع مثلثی
σ : انحراف استاندارد اختلاف داده‌ها	b : حد بالای توزیع مثلثی
y_i^{obs} : مقدار مشاهده شده برای متغیر مورد نظر	u : متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت
y_i^{cal} : مقدار محاسبه شده برای متغیر مورد نظر	T : متغیر تصادفی با توزیع مثلثی
L : میزان احتمال	RF_{Base} : مقدار پایه ضریب بازیافت گاز

مراجع

- [1]. Geffen T. M., Parrish D. R., Haynes G. W. and Morse R. A., "Efficiency of gas displacement from porous media by liquid flooding," Trans., AIME, Vol. 195, pp. 29-38, 1952.
- [2]. Naar J. and Henderson J. H., "An imbibition model – its application to flow behavior and the prediction of oil/gas recovery," SPE Journal, Vol. 1, No. 2, Jun. 1961.
- [3]. Naar J., J. Henderson H. and Wygal R. J., "A wettability model for consolidated sand," SPE Journal, 1962.
- [4]. Al-Hashim H. S., "Effect of aquifer size on the performance of partial water drive gas reservoirs," SPE 13233, SPE Reservoir Engineering, pp. 380-386, May 1998.
- [5]. Cohen M. F., "Recovery optimization in a bottom/edge water-drive gas reservoir, soehlingen schneeverdingen," SPE 19068 Presented at the SPE Gas Technology Symposium held in Dallas, TX, Jun. 7-9, 1989.
- [6]. Hower T. L. and Jones R. E., "Predicting recovery of gas reservoirs under Water drive conditions," SPE 22937, SPE 66th Annual Conference and Exhibition held in Dallas, TX, 6-9 Oct. 1991.
- [7]. Lies H. K., "Aquifer influx modeling for gas reservoirs," SPE 127497, Canadian International Petroleum Conference, Calgary, Alberta, Jun. 4 - 8, 2000.
- [8]. Caldwell R. H. and Heather D. I., "Characterizing uncertainty in oil and gas evaluations," Paper SPE 68592, SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium, Dallas, 2-3 Apr. 2001.
- [9]. Armenta M., A. Wojtanowicz K., "Incremental recovery using dual-completed wells in gas reservoirs with bottom water drive: a feasibility study," Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 44, No. 6, Jun. 2005.
- [10]. Armenta M. and Wojtanowicz A., "Severity of water coning in gas wells," SPE 75720, SPE Gas Technology Symposium held in Calgary, Alberta, Canada, 30 Apr. 2, May 2002.
- [11]. M. Armenta C. D. White A. K. Wojtanowicz, "Completion length optimization in gas wells," Canadian International Petroleum Conference, Calgary, Alberta, Jun. 10 - 12, 2003.
- [12]. Deepak D., and Hui Gao., "Integrated uncertainty assessment for unconventional gas reservoir project development," paper SPE 111203, SPE Eastern Regional Meeting, USA, 17-19 Oct. 2007.
- [13]. Sech R. P., Jackson M. D., and Hampson G., "Controls on water cresting in high productivity horizontal gas wells," Paper SPE 107169-MS, EUROPEC/EAGE Conference and Exhibition, London, U.K., 11-14 Jun. 2007.

- [14]. Li M., Yang W. J., and Xiao Q. Y., "Determination of the aquifer activity level and the recovery of water drive gas reservoir," paper SPE 127497, North Africa Technical Conference and Exhibition, Cairo, Egypt, 14-17 Feb. 2010.
- [15]. Lee A. L., Gonzalez M. H., and Eakin B. E., "The viscosity of natural gases," JTP, pp. 997-1000, Aug. 1966.
- [16]. Dranchuk P. M., Purvis R. A., and Robison D. B., "Computer calculations of natural gas compressibility factors using the standing and katz correlation," Institute of Petroleum Technical Series, No. IP 74-008, 1974.
- [17]. Petalas N., and Aziz K., "A mechanistic model for multiphase flow in pipes," JCPT, 39 6, pp. 43-55 2000.
- [18]. Capen E. C., "The difficulty of assessing uncertainty," paper SPE 5579, SPE-AIME Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, 28 Sep. – 1 Oct. 1975.
- [19]. Garb F. A., "Assessing risk and uncertainty in evaluation hydrocarbon producing properties," paper SPE 15921, SPE Eastern Regional Meeting, Columbus, Ohio, 12 – 14 Nov., 1986.
- [20]. Myers R. H. and Montgomery D. C., "Response surface methodology: process improvement with steepest ascent, the analysis of response Surfaces, experimental designs for fitting response surfaces," pp. 183-351. New York: John Wiley and Sons, Inc, 1995.
- [21]. Myers R. H. and Montgomery D. C., "Response surface methodology: process and product optimization using designed experiment," A Wiley-Interscience Publication, 2002.
- [22]. Kathleen M. C, Natalia Y. K, Reminga Je., "Response Surface Methodology," Technical Report, CMU-IS-RI-04-136, Oct. 2004.
- [23]. Zhang G., "Estimating uncertainties in integrated reservoir studies," PhD Dissertation, Office of Graduate Studies of Texas A&M University, Dec. 2003.
- [24]. White C. D., Willis B. J., Narayanan K. and Dutton S. P., "Identifying and Estimating Significant Geologic Parameters With Experimental Design," SPEJ, 311, Sep. 2001.
- [25]. Venkataraman R., "Application of the method of experimental design to quantify uncertainty in production profiles," BHP Petroleum, London SPE 59422.
- [26]. Peake W. T., Abadah M. and Skander L., "Uncertainty assessment using experimental design: minagish oo-lite reservoir", SPE 91820, SPE Reservoir Simulation Symposium, USA. 31 Jan. – 2 Feb. 2005.
- [27]. Murtha J. A., "Incorporating historical data in monte carlo simulation," SPE 26245, Petroleum Computer Conference, New Orleans, 11 – 14 July. 1993
- [28]. Steagall D. E. and Schiozer D. J., "Uncertainty analysis in reservoir production forecasts during appraisal and pilot production phases," SPE 66399, Reservoir Simulation Symposium, Houston, 11 – 14 Feb. 2001.
- [29]. Twartz S. K., Gorjy F. and Milne I. G., "A multiple realization approach to managing uncertainty in the North Rankin gas condensate field," Western Australia, SPE 50078, Oil & Gas Conference and Exhibition, Australia, 12 – 14 Oct., 1998.