

مدل سازی تحلیلی فرآیند آشام مجدد بین ماتریس ها در فرآیند ریزش ثقلی در ناحیه مورد هجوم گاز

مهدی عباسی^{۱*}، مجتبی ایزدمهر^۲، محمد شریفی^۱، محمد حسین غضنفری^۲، علیرضا کاظمی^۱ و شهاب گرامی^۲

۱- دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۲- دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۳- پژوهشکده ازدیاد برداشت مخازن نفت و گاز، شرکت ملی نفت، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۰/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۵/۴/۱۲

چکیده

مخازن کربناته شکافدار بخش عمده ای از مخازن هیدروکربوری کشور ایران را تشکیل می دهند. تولید نفت از این مخازن عمدتاً تحت تاثیر مکانیزم ریزش ثقلی است و انتقال نفت از بلوک بالایی به بلوک پایینی با توجه به چگونگی ارتباط بین بلوک ها میزان تولید را کنترل می کند، و این درحالی است که مطالعات تئوری محدودی از مدل سازی انتقال نفت از طریق آشام مجدد بین بلوک ها انجام شده است. در این مقاله ابتدا فرآیند ریزش ثقلی با در نظر گرفتن نیروی ریزش ثقلی و نیروی موینگی برای یک بلوک ماتریس یک بعدی به صورت بدون بعد بسط داده می شود. سپس با استفاده از روش تبدیل لاپلاس، معادله مشتق جزئی مربوط به یک بلوک ماتریس با استفاده از شرایط اولیه و مرزی حل می شود. همچنین با تعمیم معادلات جریان جزئی به دست آمده برای یک دسته بلوک ماتریس به مدل سازی فرآیند آشام مجدد پرداخته می شود. در مرز بالایی بلوک ماتریس، دبی نفت ورودی به ماتریس تابعی از زمان و در مرز پایینی آن اشباع بدون بعد نفت برابر یک در نظر گرفته شده است. در زمان اولیه نیز اشباع بدون بعد نفت در تمام ماتریس برابر با یک فرض شده است. در نهایت با استفاده از معادلات اشباع، دبی و تولید تجمعی بدون بعد به بررسی فرآیند ریزش ثقلی و پدیده آشام مجدد پرداخته شده است. لازم به ذکر است که تمام راه حل های ارائه شده برای این مساله تاکنون به صورت عددی و یا نیمه تحلیلی بوده است [۱] درحالی که راه حل ارائه شده در این مقاله به صورت کاملاً تحلیلی می باشد.

کلمات کلیدی: مخازن شکافدار، ناحیه مورد هجوم گاز، ریزش ثقلی، آشام مجدد، حل تحلیلی و ناحیه مورد هجوم گاز.

مقدمه

مخازن نفتی شکاف‌دار به‌صورت سیستمی شامل بلوک‌هایی از ماتریس و شبکه شکاف در نظر گرفته می‌شوند. این‌گونه از مخازن شامل دو محیط با خصوصیات فیزیکی متفاوت هستند: ۱- محیط ماتریس با تخلخل نسبتاً بالا و تراوایی پایین که قسمت عمده‌ای از نفت در جای مخزن را در خود جای داده است. ۲- محیط شکاف با تراوایی نسبتاً بالا و تخلخل پایین که سبب سهولت حرکت سیال به‌سمت چاه تولیدی می‌شوند. پدیده ریزش ثقلی یکی از مهم‌ترین فرآیندهای تولید از مخازن شکاف‌دار و معمولی است که در آن نیروی گرانش مهم‌ترین نیروی پیشران در تولید است. فرآیند ریزش ثقلی در مراحل اولیه تولید به هنگام توسعه میدان و همچنین هنگام تزریق گاز به منظور فرآیندهای بهبود و افزایش برداشت نفت اتفاق می‌افتد [۲]. طبق کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر روی ستون‌های ماسه‌ای، مشاهده شد که فرآیند ریزش ثقلی تاثیر زیادی بر میزان بازیافت نفت از این ستون‌ها دارد [۳]. همچنین مشاهدات میدانی نتایج مشابه‌ای را نشان می‌دهند [۴ و ۵]. در ناحیه مورد هجوم گاز دسته‌ای از بلوک‌های ماتریس بر روی هم قرار گرفته‌اند که علاوه بر فرآیند ریزش ثقلی در بلوک‌های ماتریس، پدیده آشام مجدد نیز رخ می‌دهد و برای بررسی این پدیده و پارامترهای تاثیرگذار بر آن مطالعات آزمایشگاهی مختلفی انجام شده است [۶-۸]. لورت و لوییس به بررسی مفاهیم پایه‌ای فرآیند ریزش ثقلی پرداختند [۹ و ۱۰]. در کاردول و پارسون توانستند برای اولین بار یک مدل تحلیلی برای بررسی فرآیند ریزش ثقلی ارائه کنند. مدل تحلیلی کاردول و پارسون توسط هرمن داکسترا بهبود یافت [۴]. پاوونه و همکاران به منظور پیش‌بینی توزیع اشباع و میزان بازیافت سیال از یک نمونه، معادله مشتق جزئی فرآیند ریزش ثقلی را به‌صورت تحلیلی حل کردند [۱۱]. پری در کارهای خود درباره فرآیند ریزش

ثقلی در یک دسته بلوک یک بعدی، فرض کرد که نفت خارج شده از ماتریس بالایی از طریق فرآیند آشام توسط ماتریس پایینی مکیده می‌شود [۱۲]. سعیدی فرآیند جریان بلوک به بلوک را در ستونی از بلوک‌های ماتریس که با هم در تماس نبودند مورد بررسی قرارداد [۱۳]. فیروزآبادی و ایشیموتو با استفاده از روش جداسازی متغیرها معادله خطی شده فرآیند ریزش ثقلی را برای شروط مرزی مختلف حل کردند و همچنین به بررسی فرآیند ریزش ثقلی همراه با پدیده آشام مجدد پرداختند [۱]. آن‌ها برای این کار دسته‌ای از بلوک‌های ماتریس که در ابتدا به‌طور کامل اشباع از نفت و توسط گاز احاطه شده‌اند را در نظر گرفتند. لنگرون و همکاران به بررسی فرآیند ریزش ثقلی از دید محاسبه فشار موینگی پرداختند [۱۴]. کرا و فیروزآبادی معادله ریزش ثقلی را برحسب پتانسیل موینگی بیان و معادله غیر خطی را به‌صورت عددی حل نمودند. همچنین در آن سال کلائی‌دو و فیروزآبادی به مطالعه فرآیند ریزش ثقلی در محیط متخلخل لایه‌ای پرداختند [۱۵]. اسکچتر و ژو با استفاده از مفهوم جریان سیال و ارتباط دادن آن با قانون داریسی توانستند یک عبارت جدید برای محاسبه بازیافت نفت طی فرآیند ریزش ثقلی و به‌صورت تابعی از زمان بیان نمایند [۱۶]. لی و هورن ادعا کردند که مکانیزم بازیافت در فرآیند ریزش ثقلی همانند فرآیند آشام است [۱۷]. در نهایت آن‌ها توانستند با استفاده از مدل آرنوفسکی که پیشتر برای فرآیند آشام مورد استفاده قرار می‌گرفت، مدلی برای فرآیند ریزش ثقلی ارائه دهند [۱۸]. در این مدل؛ ارتباط بین بازیافت نفت و زمان به‌صورت یک تابع نمایی بیان می‌شود. میگوئل هرناندز و همکاران پارامترهای بدون بعد را برای بررسی فرآیند ریزش ثقلی توسعه دادند و پارامترهای تاثیرگذار بر این فرآیند را مشخص نمودند [۱۹]. دوناتو و همکاران برای بررسی فرآیند ریزش ثقلی به آنالیز تحلیلی و عددی بازیافت نفت در یک محیط متخلخل یک

پارامترهای بدون بعد:

$$k_{roD} = \frac{k_{ro}}{k_{ro}^o} \quad (۲)$$

$$S_{oD} = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \quad (۳)$$

$$P_{cD} = \frac{P_c}{\Delta\rho \frac{g}{g_c} h} \quad (۴)$$

که در آن k_{ro}^o مقدار تراوایی نسبی انتهایی نفت و P_{cD} بیان گر نسبت نیروی موینگی به نیروی گرانش است. حال با در نظر گرفتن تراوایی نسبی و فشار موینگی بدون بعد به صورت زیر:

$$k_{roD} = S_{oD} \quad (۵)$$

$$P_{cD} = -P_{cD}^o \ln(S_{oD}) \quad (۶)$$

با تعریف زمان و مکان بدون بعد به صورت زیر:

$$t_D = \frac{kk_{ro}^o P_{cD}^o \Delta\rho \frac{g}{g_c}}{h\phi\mu_o(1-S_{or}-S_{wi})} t \quad (۷)$$

$$z_D = \frac{z}{h} \quad (۸)$$

که در آن $z_D = \frac{z}{h}$ بیانگر میزان بازیافت نفت از بلوک ماتریس است. حال با اعمال پارامترهای بدون بعد، معادله بدون بعد فرآیند ریزش ثقلی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial S_{oD}}{\partial t_D} = \frac{\partial^2 S_{oD}}{\partial z_D^2} + 2\eta \frac{\partial S_{oD}}{\partial z_D}, \quad \eta = \frac{1}{2P_{cD}^o} \quad (۹)$$

تعریف دبی بدون بعد:

با استفاده از معادله پیوستگی اگر دبی بدون بعد نفت به سمت پایین را مثبت در نظر بگیریم، داریم:

$$q_{oD} = \frac{\partial S_{oD}}{\partial z_D} + 2\eta S_{oD} \quad (۱۰)$$

دبی بدون بعد نفت خروجی از ماتریس بیانگر نرخ تابع انتقال بدون بعد بین ماتریس و شکاف می باشد.

همان طور که در شکل ۱ مشاهده می شود، شرایط اولیه و مرزی به صورت زیر است:

$$S_{oD}(z_D, t_D = 0) = 1 \quad (۱۱-الف)$$

$$S_{oD}(z_D = 0, t_D) = 1 \quad (۱۱-ب)$$

بعدی پرداختند [۲۰]. آن ها برای بررسی صحت مدل عددی خود، نتایج آن را با نتایج آزمایشگاهی پدرا و همکاران مقایسه نمودند [۲۱]. نبی پور و همکاران مدل جریان دوفازی را توسعه و با حل عددی آن توانستند توزیع اشباع و دبی بازیافت نفت در یک محیط متخلخل لایه ای و تحت ریزش ثقلی نفت و گاز را پیش بینی نمایند [۲۲]. در سال ۲۰۰۸ هوتیت و فیروزآبادی با استفاده از روش المان های محدود یک فرمولاسیون جدید را در فضای سه بعدی ارائه کردند که در آن سرعت کل سیال به صورت عبارتی از گرادیان پتانسیل فاز تر و موینگی تعریف می شد [۲۳].

در این مقاله ابتدا فرآیند ریزش ثقلی در حضور نیروی موینگی برای یک بلوک ماتریس یک بعدی به صورت بدون بعد بسط داده می شود و معادله مشتق جزئی مربوط به یک بلوک ماتریس با شرایط اولیه و مرزی مشخص به دست می آید. سپس برای مدل سازی فرآیند آشام مجدد دسته ای از بلوک های ماتریس در نظر گرفته می شود به طوری که نفت خروجی از یک ماتریس توسط ماتریس پایین آن آشام شده و شرط مرزی بالایی ماتریس پایین، دبی نفت خروجی از ماتریس بالایی است. با استفاده از روش تبدیل لاپلاس به حل معادله مشتق جزئی با شرایط مرزی دبی نفت به صورت تابعی از زمان و اشباع بدون بعد نفت برابر با یک پرداخته می شود. در آخر سعی شده است براساس مدل نیمه تحلیلی فرآیند ریزش ثقلی و آشام مجدد فیروزآبادی [۱] مدل کاملاً تحلیلی این فرآیند را ارائه کنیم.

معادله جریان سیال بلوک ماتریس

طبق مدل ریزش ثقلی بلوک ماتریس یک بعدی، معادله جریان جزئی یک بعدی برای سیستم نفت و گاز غیر تراکم پذیر در حضور نیروی موینگی و گرانش به صورت زیر است:

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = \frac{k}{\phi\mu_o} \frac{\partial}{\partial z} \left[-k_r \frac{\partial P_c}{\partial z} + k_r \Delta\rho \frac{g}{g_c} \right] \quad (۱)$$

حال از تغییر متغیر زیر استفاده می کنیم:

$$w = \tilde{S}_{oD(uss)} - \frac{1 - e^{-2\eta z_D} - \frac{q_{oD}^0}{2\eta}(1 - e^{-2\eta z_D})}{s} \quad (17)$$

بعد از اعمال تغییر متغیر، معادله ۱۶ به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z_D^2} + 2\eta \frac{\partial w}{\partial z_D} - sw = 0 \quad (18)$$

ومعادلات (۱۱-ب) و (۱۱-ج) نیز به صورت زیر تغییر می کنند:

$$w(z_D = 0, t_D) = 0 \quad (19-الف)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z_D} + 2\eta w \Big|_{z_D=1} = -\frac{2\eta}{s} + q_{oD}(s) \quad (19-ب)$$

معادله دیفرانسیل ۱۸ دارای یک معادله مشخصه به صورت زیر است:

$$x^2 + 2\eta x - s = 0 \quad (20)$$

جواب های این معادله مشخصه به صورت زیر خواهد بود.

$$x_{1,2} = -\eta \pm \sqrt{\eta^2 + s} = -\eta \pm \Delta \quad (21)$$

بر اساس جواب های معادله مشخصه جواب معادله دیفرانسیل ۲۰ به صورت زیر است.

$$w(z_D) = C_1 e^{x_1 z_D} + C_2 e^{x_2 z_D} \quad (22)$$

با اعمال شرایط مرزی اول و دوم و محاسبه C_1 و C_2 ، معادله ۱۸ به صورت زیر خواهد شد:

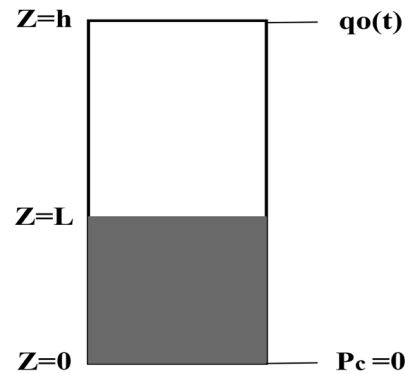
$$w(z_D) = e^{\eta(1-z_D)} \frac{\left(-\frac{2\eta}{s} + \tilde{q}_{oD}(s)\right) \sinh(\Delta z_D)}{(\eta \sinh(\Delta) + \Delta \cosh(\Delta))} \quad (23)$$

با استفاده از لاپلاس معکوس و قضیه کانولوشون به معادله ۲۳ خواهیم رسید:

$$S_{oD} = e^{-2\eta z_D} + \frac{q_{oD}^0}{2\eta}(1 - e^{-2\eta z_D}) + e^{\eta(1-z_D)} (-2\eta + q_{oD}(t_D)) * L^{-1} \left\{ \frac{\sinh(\Delta z_D)}{\eta \sinh(\Delta) + \Delta \cosh(\Delta)} \right\} \quad (24)$$

برای محاسبه لاپلاس معکوس تابع $F(s)$ کافیست که تمام باقی مانده های تابع $e^{st} F(s)$ در قطب های تابع $F(s)$ که مخرج تابع در آن نقاط صفر می شوند را با یکدیگر جمع کنیم [۲۴]. با قرار دادن $\Delta = i\lambda_n$ یا $s = -(\lambda_n^2 + \eta^2)$ محاسبه می شود به طوری که در معادله زیر صدق کند:

$$\eta \sin(\lambda_n) + \lambda_n \cos(\lambda_n) = 0 \quad (25)$$



شکل ۱ بلوک ماتریس یک بعدی همراه با شرایط مرزی. ارتفاع مدل h و عمق نفوذ گاز برابر با L است.

$$\frac{\partial S_{oD}}{\partial z_D} + 2\eta S_{oD} \Big|_{z_D=1} = q_{oD}(t_D) \quad (11-ج)$$

با توجه به ناهمگن بودن شروط مرزی، معادله را به دو قسمت وابسته و مستقل از زمان تقسیم می کنیم:

$$S_{oD} = S_{oD(ss)}(z_D) + S_{oD(uss)}(z_D, t_D) \quad (12)$$

معادله مستقل از زمان:

معادله جریان سیال در درون ماتریس در حالت مستقل از زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 S_{oD(ss)}}{\partial z_D^2} + 2\eta \frac{\partial S_{oD(ss)}}{\partial z_D} = 0 \quad (13)$$

جواب معادله بالا به صورت زیر است که در آن q_{oD}^0 دبی بدون بعد نفت و ورودی از بالای ماتریس در زمان $t_D=0$ است.

$$S_{oD(ss)} = e^{-2\eta z_D} + \frac{q_{oD}^0}{2\eta}(1 - e^{-2\eta z_D}) \quad (14)$$

معادله وابسته به زمان:

با توجه به قسمت مستقل از زمان، معادله وابسته به زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 S_{oD(uss)}}{\partial z_D^2} + 2\eta \frac{\partial S_{oD(uss)}}{\partial z_D} - \frac{\partial S_{oD(uss)}}{\partial t_D} = 0 \quad (15)$$

با توجه به معادله (۱۱-الف) گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادله ۱۵ داریم:

$$\frac{\partial^2 \tilde{S}_{oD(uss)}}{\partial z_D^2} + 2\eta \frac{\partial \tilde{S}_{oD(uss)}}{\partial z_D} - s \tilde{S}_{oD(uss)} + \left[1 - e^{-2\eta z_D} - \frac{q_{oD}^0}{2\eta}(1 - e^{-2\eta z_D}) \right] = 0 \quad (16)$$

$$N_{pD} = q_{oD}^1 t_D + \left(1 - \frac{q_{oD}^1}{2\eta}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n e^{-\eta z_D} [\eta \sin(\lambda_n z_D) + \lambda_n \cos(\lambda_n z_D)]}{(\lambda_n^2 + \eta^2)} \left[1 - e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2) t_D}\right] \quad (34)$$

اگر دسته‌ای از بلوک‌های مستقل که توسط گاز احاطه شده‌اند و جریان نفت آنها فقط به شکاف می‌ریزد را در نظر بگیریم، در این حالت $q_{oD}^1 = 0$ است.

دسته‌ای از بلوک‌های ماتریس

در این حالت به بررسی عملکرد تخلیه N دسته بلوک مساوی که در ابتدا اشباع از نفت و توسط گاز احاطه شده‌اند می‌پردازیم. به دلیل پدیده آشام مجدد، نفت خارج شده از بلوک ماتریس بالایی توسط بلوک پایینی آشام می‌شود. با فرض صفر بودن فشار مویینگی شکاف شرایط مرزی بلوک اول مانند حالت اول و شرایط مرزی بلوک N ام به صورت زیر خواهد بود:

$$S_{oD}(z_D = 0, t_D) = 1 \quad (35\text{-الف})$$

$$\frac{\partial S_{oD}}{\partial z_D} + 2\eta S_{oD} \Big|_{z_D=1} = q_{oD} \Big|_{z_D=0} (t_D) \quad (35\text{-ب})$$

در نهایت رابطه تحلیلی توزیع اشباع، دبی و تولید تجمعی بدون بعد بلوک ماتریس ام به صورت زیر خواهد بود:

$$S_{oD}^N = e^{-2\eta z_D} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(N-1)A_n \lambda_n}{2\eta} (1 - e^{-2\eta z_D}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} \sin(\lambda_n z_D) (\lambda_n^2 + \eta^2) G_N(t_D) \quad (36)$$

$$q_{oD}^N = \sum_{n=1}^{\infty} (N-1)A_n \lambda_n + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} (\lambda_n^2 + \eta^2) [\eta \sin(\lambda_n z_D) + \lambda_n \cos(\lambda_n z_D)] G_N(t_D) \quad (37)$$

$$N_{pD}^N = \sum_{n=1}^{\infty} (N-1)A_n \lambda_n t_D + \int_0^{t_D} \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} (\lambda_n^2 + \eta^2) [\eta \sin(\lambda_n z_D) + \lambda_n \cos(\lambda_n z_D)] G_N(t'_D) dt'_D \quad (38)$$

که در آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_N(t_D) = G_1(t_D) + \int_0^{t_D} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \lambda_n [N-2 + (\lambda_n^2 + \eta^2) G_{N-1}(\tau)]}{2\eta} \right] e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2)(t_D - \tau)} d\tau \quad (39)$$

لاپلاس معکوس تابع F(s) و باقی‌مانده‌های تابع $e^{st} F(s)$ در نقطه $s = -(\lambda_n^2 + \eta^2)$ برابر است با:

$$L^{-1}\{F(s)\} = \text{Res}\{e^{st} F(s), -(\lambda_n^2 + \eta^2)\} = 2 \frac{(\lambda_n^2 + \eta^2) \sin(\lambda_n z_D) \sin(\lambda_n z_D)}{\lambda_n^2 + \eta^2 + \eta} e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2) t_D} \quad (26)$$

با استفاده از معادله ۲۴ و ۲۶، معادله تابع اشباع برحسب زمان و مکان بدون بعد به صورت زیر خواهد بود:

$$S_{oD} = e^{-2\eta z_D} + \frac{q_{oD}^o}{2\eta} (1 - e^{-2\eta z_D}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} \sin(\lambda_n z_D) (\lambda_n^2 + \eta^2) G(t_D) \quad (27)$$

که در آن:

$$A_n = \frac{4\eta e^{\eta} \sin(\lambda_n)}{\lambda_n^2 + \eta^2 + \eta} \quad (28)$$

$$G(t_D) = \int_0^{t_D} \left[-1 + \frac{q_{oD}(\tau)}{2\eta} \right] e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2)(t_D - \tau)} d\tau \quad (29)$$

با استفاده از معادله (۱۰) می‌توان دبی بدون بعد را نیز محاسبه کرد:

$$q_{oD} = q_{oD}^o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} (\lambda_n^2 + \eta^2) [\eta \sin(\lambda_n z_D) + \lambda_n \cos(\lambda_n z_D)] G(t_D) \quad (30)$$

با استفاده از رابطه زیر نیز می‌توان تولید تجمعی بدون بعد را محاسبه کرد:

$$N_{pD} = \int_0^{t_D} q_{oD} dt'_D = q_{oD}^o t_D + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} (\lambda_n^2 + \eta^2) \int_0^{t_D} G(t'_D) dt'_D \quad (31)$$

معادله ۳۱ برای دو حالت زیر حل شده است.

یک بلوک ماتریس مستقل

اگر یک بلوک ماتریس مستقل را در نظر بگیریم به طوری که از بالای بلوک دبی ورودی ثابت نفت یعنی q_{oD}^1 ثابت را داشته باشیم،

آن‌گاه معادله توزیع اشباع، دبی و تولید بدون بعد آن به صورت زیر خواهد بود:

$$S_{oD} = e^{-2\eta z_D} + \frac{q_{oD}^1}{2\eta} (1 - e^{-2\eta z_D}) + \left(1 - \frac{q_{oD}^1}{2\eta}\right) \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} \sin(\lambda_n z_D) e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2) t_D} \quad (32)$$

$$q_{oD} = q_{oD}^1 + \left(1 - \frac{q_{oD}^1}{2\eta}\right) \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\eta z_D} [\eta \sin(\lambda_n z_D) + \lambda_n \cos(\lambda_n z_D)] e^{-(\lambda_n^2 + \eta^2) t_D} \quad (33)$$

نتایج و بحث

پیشین انجام شده بود استفاده شد و همان طور که در شکل ۲ مشاهده می شود بین نمودارهای توزیع اشباع تطابق خوبی را نشان می دهد که با گذشت زمان نتایج این دو مدل تحلیلی و عددی بر روی یکدیگر منطبق می شوند [۱ و ۱۹].

شکل های ۳ و ۴ توزیع اشباع نفت تعادلی را در دبی های بدون بعد مختلف نفت ورودی به بلوک ماتریس نشان می دهند، به طوری که اگر دبی آشام مجدد برابر صفر باشد توزیع اشباع همانند حالت اول است و زمانی که دبی آشام مجدد برابر باشد بیشترین دبی خروجی از ماتریس را داریم. همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود زمانی که دبی آشام مجدد برابر ۰/۸ باشد، بلوک ماتریس همواره اشباع از نفت باقی می ماند و اگر دبی آشام مجدد کمتر از ۰/۸ باشد اشباع نفت بلوک ماتریس کاهش می یابد. شکل ۵ نمودار دبی بدون بعد نفت بر حسب زمان را در دبی های مختلف آشام مجدد نشان می دهد. در شکل ۵ در زمان های $t_D > 2$ میزان دبی نفت خروجی از بلوک ماتریس در حالت q_{hd}^1 بسیار ناچیز است که نشان دهنده زمان تعادل است، یعنی زمانی که نیروی موینگی و ریزش ثقلی با هم برابر می شوند.

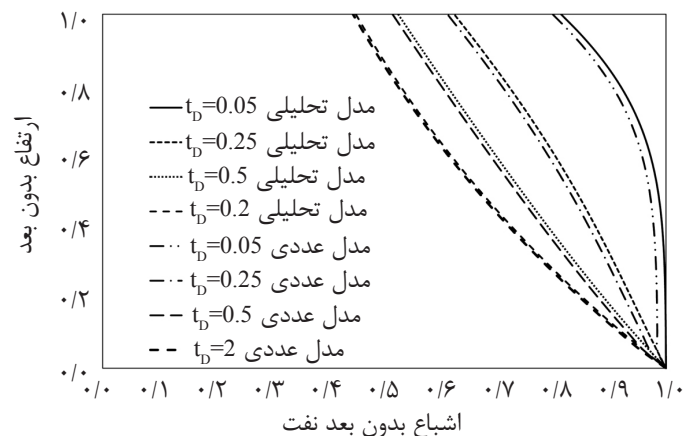
به منظور بررسی پدیده آشام مجدد در محیط متخلخل شکاف دار، در این قسمت به ارائه نمونه های عددی براساس معادلات ذکر شده در قسمت قبل می پردازیم. خواص سنگ و سیال در نظر گرفته شده برای بلوک ماتریس در جدول ۱ آمده است. با توجه به مقادیر ذکر شده در جدول ۱ و با استفاده از رابطه (۱۰) مقدار $\eta = 0.4$ است، بنابراین حداکثر دبی بدون بعد نفت خروجی از ماتریس برابر ۰/۸ است.

یک بلوک ماتریس مستقل

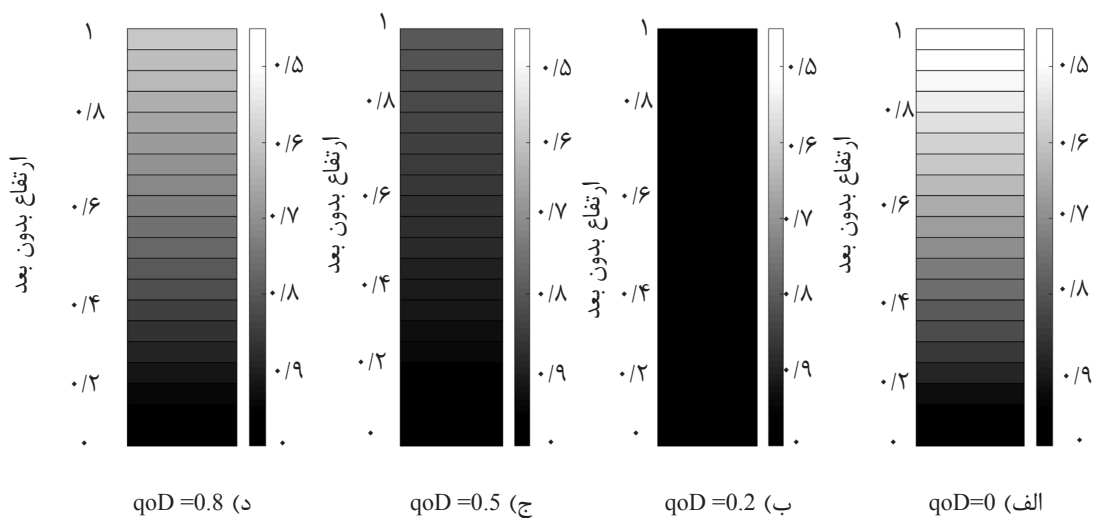
در این حالت با قرار دادن شرط مرزی دبی ثابت نفت ورودی به بلوک ماتریس از بالا می توان پدیده آشام مجدد را مدل کرد که بر توزیع اشباع نفت درون ماتریس نیز تاثیر می گذارد. در شکل ۱ شماتیکی از نحوه توزیع اشباع نفت تعادلی در دبی های مختلف آورده شده است. شکل ۲ توزیع اشباع نفت بدون بعد در زمان های بدون بعد مختلف نشان می دهد. توزیع اشباع رسم شده در شکل ۲ در زمان $t_D = 2$ نشان دهنده توزیع اشباع زمان تعادل است، یعنی زمانی که نیروی موینگی و ریزش ثقلی با هم برابر می شوند. همچنین به منظور اعتبار سنجی مدل تحلیلی ارائه شده از مدل عددی که در مطالعات

جدول ۱ خواص سنگ و سیال [۱].

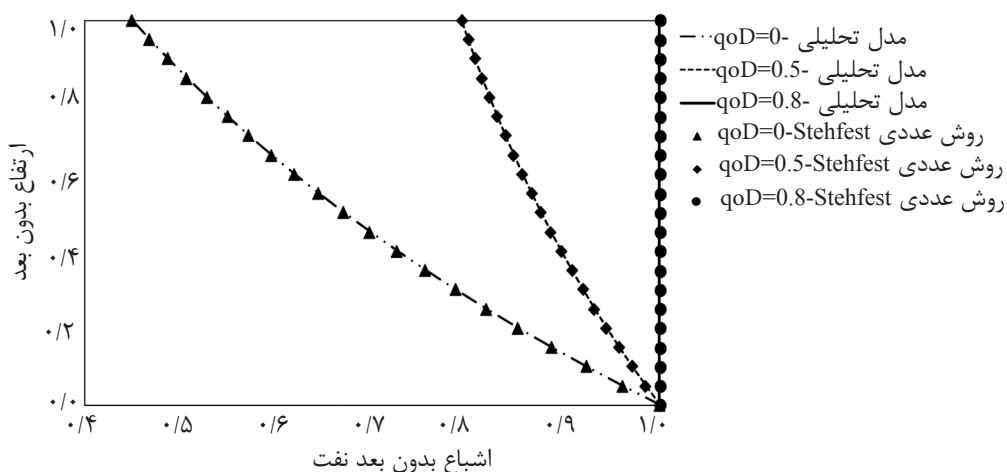
پارامترها	تخلخل (ϕ)	تراوایی (k)	ارتفاع بلوک ماتریس (h)	چگالی نفت (ρ_o)	گرانروی نفت (μ_o)	ضریب فشار موینگی (P_e°)
مقادیر	۰/۳۸	6×10^{-12}	۰/۶	۸۳۱	$1/1 \times 10^{-2}$	۱/۶
واحد	%	m^2	m	kg/m^3	Pa.s	kPa



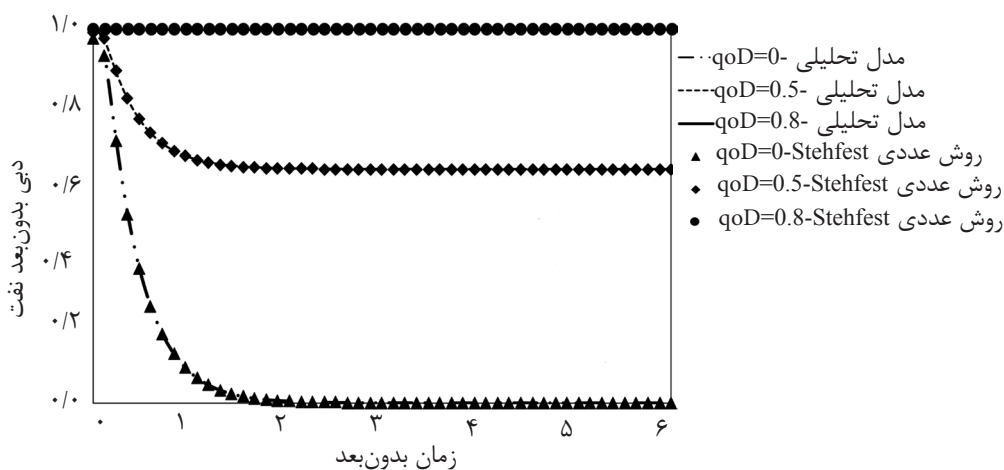
شکل ۲ توزیع اشباع نفت بدون بعد بر حسب زمان بدون بعد مختلف- مدل تحلیلی ارائه شده و مدل عددی [۱۹].



شکل ۳ شماتیک توزیع اشباع تعادلی بدون بعد نفت در دبی‌های مختلف ورودی نفت.



شکل ۴ توزیع اشباع نفت در حال تعادل در دبی‌های بدون بعد مختلف نفت.



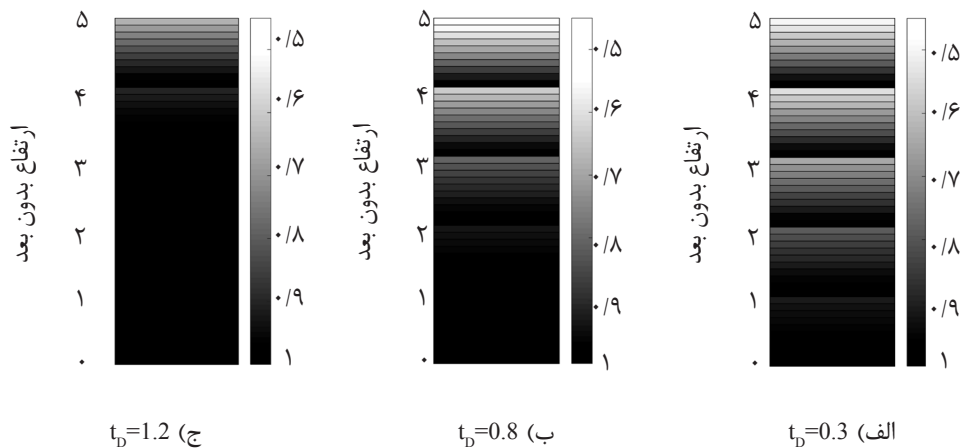
شکل ۵ دبی بدون بعد نفت خروجی برحسب زمان بدون بعد.

در سه زمان مختلف آورده شده است. نمودار توزیع اشباع هشت بلوک ماتریس در شکل‌های ۷ و ۸ آورده شده است. در زمان $t_D=0.6$ بلوک ماتریس اول قسمت قابل توجهی از نفت خود را تولید کرده است و این در حالی است که بلوک ماتریس پنجم تازه شروع به تولید می‌کند. شکل ۸ نمودار توزیع اشباع بلوک‌ها را در زمان $t_D=1.5$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است بلوک ماتریس اول به اشباع تعادلی خود رسیده و بلوک ماتریس سوم نیز قسمت قابل توجهی از نفت خود را تولید کرده است و بلوک پنج شروع به تخلیه شدن کرده است. همچنین به منظور اعتبار سنجی مدل تحلیلی ارائه شده از روش عددی لاپلاس معکوس استهفست که در مطالعات پیشین انجام شده بود استفاده شد و همان‌طور که در ۷ و ۸ مشاهده می‌شود بین نمودار توزیع اشباع مدل تحلیلی و روش عددی لاپلاس معکوس تطابق کاملی وجود دارد [۱ و ۲۵]. شکل ۹ نمودار تولید تجمعی دسته بلوک ۲، ۴، ۶ و ۸ تایی و یک دسته بلوک که به صورت مستقل از هم هستند نمایش داده شده است (تولید تجمعی هر ماتریس در این حالت معادل با میزان نفت تولید شده از آن ماتریس است به طوری که در ماتریس‌های پایین‌تر با توجه به ریزش نفت ماتریس‌های بالاتر در آن‌ها، میزان تولید تجمعی آن‌ها افزایش می‌یابد).

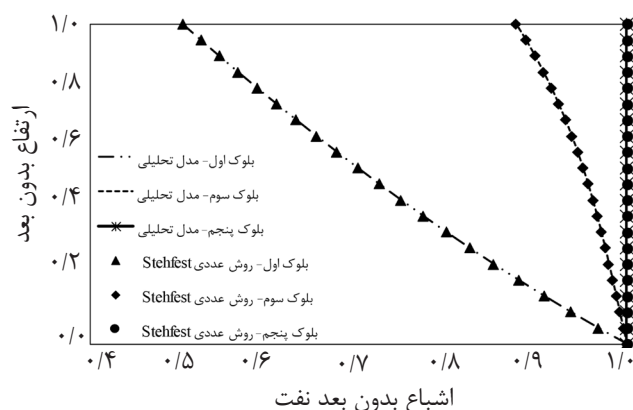
همانند نتایج کارهای آزمایشگاهی سجادیان و سعیدی، تا زمانی که نفت چکیده شده بر روی مدل کمتر از دبی شاخص مدل باشد اشباع نفت، نفوذپذیری نسبی نفت و دبی ریزش نفت، افزایش می‌یابد. پس از یک مدت زمان گذرا، درجه اشباع نفت و توزیع آن در مدل چنان تغییر می‌یابد که بتواند معادل نفت وارد شده به مدل را از آن خارج کند و لذا هیچ‌گاه مدل به اشباع کامل نمی‌رسد. هرگاه نفت ریخته شده بر روی مدل مساوی یا بیشتر از دبی شاخص مدل باشد، پس از گذشت از مرحله گذرا، درجه اشباع نفت در داخل قسمت تخلیه شده مدل به حداکثر خود می‌رسد [۶ و ۱۲]. همچنین به منظور اعتبارسنجی مدل تحلیلی ارائه شده از روش عددی لاپلاس معکوس استهفست^۱ که در مطالعات پیشین انجام شده بود استفاده شد و همان‌طور که در شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود بین نمودار توزیع اشباع و دبی بدون بعد نفت مدل تحلیلی و روش عددی تطابق کاملی وجود دارد [۲۵]. نتایج مدل تحلیلی ارائه شده در این قسمت با نتایج مدل ریزش ثقلی فیروزآبادی مقایسه شده است [۱].

دسته‌ای از بلوک‌های ماتریس

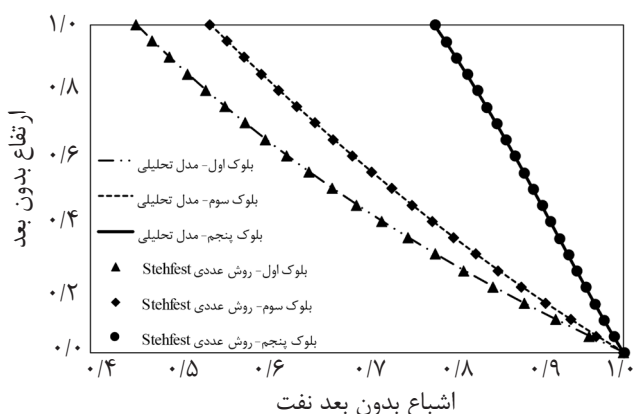
در این حالت ما ۸ بلوک ماتریس داریم که روی هم قرار گرفته‌اند و توسط شکاف جدا شده‌اند (شماره بلوک‌های ماتریس از بالا به پایین است). در شکل ۶ شماتیکی از نحوه توزیع اشباع نفت پنج بلوک ماتریس



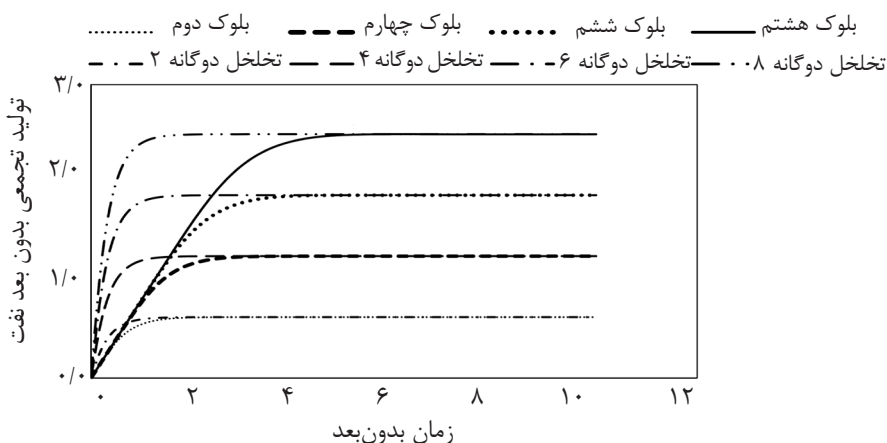
شکل ۶ شماتیک توزیع اشباع بدون بعد نفت پنج بلوک ماتریس در زمان‌های مختلف



شکل ۷ توزیع اشباع نفت بدون بعد یک دسته بلوک ماتریس در زمان بدون بعد $t_D = 6.0$.



شکل ۸ توزیع اشباع نفت بدون بعد یک دسته بلوک ماتریس در زمان بدون بعد $t_D = 5.1$.



شکل ۹ تولید تجمعی بدون بعد نفت یک دسته بلوک ماتریس.

نمودار مشخص است فرآیند آشام مجدد تاثیر زیادی بر عملکرد یک دسته بلوک می‌گذارد، به طوری که با افزایش تعداد بلوک‌های ماتریس اختلاف تولید اولیه حالت آشام مجدد و ماتریس‌های مستقل افزایش می‌یابد، اما تاثیری بر میزان بازیافت نهایی ندارد. نتایج مدل تحلیلی ارائه شده با مدل نیمه

با توجه به اینکه در حالت دسته بلوک مستقل از هم ماتریس‌ها با هم در ارتباط نیستند، این حالت همانند مدل تخلخل دوگانه در مخازن شکافدار است و تولید تجمعی محاسبه شده برابر ضرب میزان تولید تجمعی یک بلوک ماتریس در تعداد بلوک‌های ماتریس یک دسته است. همان‌طور که در

کمتر از دبی شاخص باشد، تمامی آن آشام ماتریس پایینی شده و سرعت کاهش درجه اشباع ماتریس زیرین به همان اندازه کاهش می‌یابد. البته پس از یک دوره گذرا سیستم به حالت پایدار رسیده و هر چه نفت از ماتریس بالایی آشام می‌شود، همان مقدار نیز از ماتریس زیرین تخلیه می‌شود. ۳- فرآیند آشام مجدد تاثیر زیادی بر عملکرد یک دسته بلوک می‌گذارد، به طوری که با افزایش تعداد بلوک‌های ماتریس اختلاف تولید اولیه حالت آشام مجدد و حالت ماتریس‌های مستقل افزایش می‌یابد، اما تاثیری بر میزان بازیافت نهایی ندارد. به عبارتی دیگر می‌توان گفت که در فرآیند آشام مجدد به دلیل آن که نفت خروجی از ماتریس بالایی توسط ماتریس پایین آشام می‌شود و نفت به جای حرکت از سیستم شکاف از درون بلوک‌های ماتریس عبور می‌کند، که این باعث افزایش زمان رسیدن به بازیافت نهایی می‌شود اما تاثیری بر میزان آن ندارد.

علائم و نشانه‌ها

D : بدون بعد

μ : گرانیوی سیال

h : ارتفاع بلوک ماتریس

g : فاز گاز

Δ : دلتای معادله مشخصه

K : تراوایی ماتریس

o : فاز نفت

p : چگالی

k_r : تراوایی نسبی

ϕ : تخلخل

N_p : تولید تجمعی نفت

P_c : فشار موینگی

δ : متغیر تبدیل لاپلاس

S_o : اشباع نفت

تحلیلی فرآیند آشام مجدد فیروزآبادی مقایسه شده است [۱].

نتیجه‌گیری

در این مقاله حل تحلیلی مدل ریزش ثقلی با در نظر گرفتن نیروی ریزش ثقلی و نیروی موینگی و برای دو حالت مختلف یک بلوک مستقل بدون نفت ورودی و همچنین با در نظر گرفتن نفت ورودی از بالای بلوک ماتریس و حالت یک دسته بلوک ماتریس با استفاده از روش لاپلاس ارائه شده است به طوری که، حل تحلیلی ارائه شده برای مدل‌سازی پدیده آشام مجدد در این مقاله آن را نسبت کارهای گذشته متمایز می‌سازد.

۱- وقتی نفت بر روی یک ماتریس تخلیه شده ریزش کند میزان درجه اشباع در نزدیکی محل ریزش سریعاً افزایش خواهد یافت. در حالی که در نواحی پایین‌تر هنوز درجه اشباع نفت به مراتب کمتر است. میزان اختلاف بین نفت آشام شده و نفت تخلیه شده از ماتریس، کنترل‌کننده میزان تغییر در درجه اشباع نفت داخل ماتریس است. پس از طی شدن یک فاصله زمانی (که بستگی به شرایط اشباع اولیه و خواص فیزیکی سنگ و سیال ماتریس و میزان دبی نفت ریزش شده دارد) میزان درجه اشباع و نحوه توزیع نفت در داخل ماتریس چنان تنظیم می‌شود که می‌تواند نفت آشام شده را به همان میزان تخلیه کند و از آن زمان به بعد سیستم در حالت پایدار خواهد بود.

۲- زمانی که ماتریس زیرین کاملاً اشباع از نفت باشد، در صورتی که نفت خارج شده از ماتریس (ماتریس‌ها) فوقانی بیشتر از دبی شاخص ماتریس پایینی باشد به اندازه دبی شاخص آشام، و مابقی از روی سطوح جداری آن سر ریز می‌شود. در صورتی که نفت خارج شده از ماتریس (ماتریس‌ها) فوقانی

مراجع

- [1]. Firoozabadi A. and Ishimoto K., "Reinfiltration in fractured porous media: part 1-one dimensional model", SPE Advanced Technology Series, 2(02), pp.35-44, 1994.
- [2]. Sajjadian V. A., Danesh A. and Tehrani D. H., "Laboratory study of gravity drainage mechanism in fractured carbonate reservoir-reinfiltration", In Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. Society of Petroleum Engineers, 1999.
- [3]. Li K. and Horne R. N., "Modeling of oil production by gravity drainage", Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 60, Issue 3-4, pp.161-169, March 2008.
- [4]. Dykstra, H., "The prediction of oil recovery by gravity drainage", Journal of Petroleum Technology, Vol. 30 No. 05, pp. 818-830, 1978.
- [5]. King R. L., Stiles J. H. and Waggoner J. M., "A reservoir study of the Hawkins Woodbine field", In Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Society of Petroleum Engineers, 1970.
- [6]. Saidi A. M., Tehrani D. H. and Wit K., "PD 10 (3) mathematical simulation of fractured reservoir performance, based on physical model experiments", In 10th World Petroleum Congress. World Petroleum Congress, Janu. 1979.
- [7]. Sajjadian V. A., Danesh A. and Tehrani D. H., "Laboratory studies of gravity drainage mechanism in fractured carbonate reservoir-capillary continuity", In Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference. Society of Petroleum Engineers, 1998.
- [8]. Firoozabadi A. and Markeset T., "An experimental study of the gas-liquid transmissibility in fractured porous media", SPE Reservoir Engineering, Vol. 9, No. 03, pp.201-207, 1994.
- [9]. Leverett M., "Capillary behavior in porous solids", Transactions of the AIME, Vol. 142, No. 01, pp.152-169, 1941.
- [10]. Lewis J. O., "Gravity drainage in oil fields", Transactions of the AIME, Vol. 155, No. 01, pp.133-154, 1944.
- [11]. Pavone D., "Gravity drainage at low interfacial tension", 1989.
- [12]. Prey D. and Lefebvre E., "Gravity and capillarity effects on imbibition in porous media", Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 18, No. 03, pp.195-206, 1978.
- [13]. Saidi A. M. "Reservoir engineering of fractured reservoirs (fundamental and practical aspects)", Total; 1987.
- [14]. Longeron D. G., Kalaydjian F. and Bardon C., "Gas/oil capillary pressure: measurements at reservoir conditions and effect on gas-gravity drainage", In SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers, 1994.
- [15]. Claudio A., Correa F. and Firoozabadi A., "Concept of gravity drainage in layered porous media", SPE Journal, Vol. 1, No. 01, pp.101-111, 1996.
- [16]. Schechter D. S. and Guo B., "Mathematical modeling of gravity drainage after gas injection into fractured reservoirs", In Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference. Society of Petroleum Engineers, 1996.
- [17]. Li K. and Horne R. N., "Modeling of oil production by gravity drainage", Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 60, No. 3, pp.161-169, 2008.

- [18]. Aronofsky J. S., Masse L. and Natanson S. G., "A model for the mechanism of oil recovery from the porous matrix due to water invasion in fractured reservoirs", Trans, AIME, Vol. 213, No. 17, p.14, 1958.
- [19]. Miguel Hernandez N., Miller M. A. and Sepehrnoori K., "Scaling parameters for characterization gravity drainage in naturally fractured reservoirs", Paper SPE 89990. In International Petroleum Conference, Mexico, 2004.
- [20]. Di Donato G., Tavassoli Z. and Blunt M. J., "Analytical and numerical analysis of oil recovery by gravity drainage", Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 54, No. 1, pp.55-69, 2006.
- [21]. Pedrera B., Bertin H., Hamon G. and Augustin A., "Wettability effect on oil relative permeability during a gravity drainage", In SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, Janu. 2002.
- [22]. Nabipour M., Zerafat M. M. and Ayatollahi S., "Numerical modeling of the gas-oil gravity drainage process in stratified and fractured porous media", Journal of Porous Media, Vol. 11, No. 5, 2008.
- [23]. Hoteit H. and Firoozabadi A., "Numerical modeling of two-phase flow in heterogeneous permeable media with different capillarity pressures", Advances in Water Resources, Vol. 31, No. 1, pp.56-73, 2008.
- [24]. Ozisik M. N., "Heat Conduction", John Wiley & Sons, 1993.
- [25]. Stehfest H., "Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]", Communications of the ACM, Vol. 13, No. 1, pp.47-49, 1970.