



Application of Enhanced Multiscale Multiphysic Geomechanically Model on Oil Production Rate

Omid Roshan and Ehsan Taheri*

Department of Rock Mechanics, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

e_taheri@modares.ac.ir

DOI: 10.22078/PR.2021.4552.3051

Received: July/11/2021

Accepted: December/18/2022

Introduction

The precise estimation of oil production is necessary to manage and development of oil field. In this regard various numerical methods were developed to simulate oil production rate in petroleum industry. Among these methods multiscale approach is recently elaborated based on calculation cost reduction and computational efficiency. However, all of these efforts were conducted on the fluid flow, and geotechnical consideration were neglected until 2014 [1]. Moreover, it was shown by the research that rock deformation plays an important role in the fluid flow in petroleum reservoirs [2]. In this regard, Mixed Multiscale Multiphase Geomechanical Model (M3GM) were recently developed by the second author [3]. In this present research, first the theoretical background of M3GM is outlined. Afterwards, the role of rock deformation through plasticity theory and subloading surface framework is implemented. Finally, in order to confirm the capability of the model, the obtained results will be compared with numerical, and also experimental results and computational efficiency will be evaluated.

Material and Methods

The fluid flow in oil reservoirs takes place in different scales. Moreover, it is computationally efficient to treat each phenomenon on its domain of influence. Therefore, multiscale framework is regarded in this matter. Mass and momentum balances are discretized in the multiscale pattern for the fluid phases. The implementation of momentum balance in to the mass balance and integration over fine scale will lead the following nonlinear system of equations.

$$A_{lk} P_k^{\nu+1} = b_l^{\nu} \quad (1)$$

In the above equation, A_{lk} , b_l^{ν} are defined with the following equations.

$$A_{lk} = \sum_{h=1}^N \left(\int_{\tilde{\Omega}} \frac{C_c}{\Delta t} \phi_k^h d\Omega - \int_{\partial\tilde{\Omega}} (\lambda_i \cdot \nabla \phi_k^h) \cdot \tilde{n}_i d\Gamma \right) \quad (2)$$

$$b_l^{\nu} = \int_{\tilde{\Omega}} (RHS^{\nu} + \frac{C_c}{\Delta t} p^{\nu}) d\Omega - \sum_{h=1}^N \left(\int_{\tilde{\Omega}} \frac{C_c}{\Delta t} \phi^h d\Omega - \int_{\partial\tilde{\Omega}} \lambda_i \cdot \nabla \phi^h \cdot \tilde{n}_i d\Gamma \right) \quad (3)$$

On the other side, the solid phase is discretized with the finite element framework that will lead to the following system of equations for the rock deformations.

$$K \hat{u} = F \quad (4)$$

In the above equation, K and F are defined with the following equations.

$$K = \left[\int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right] \quad (5)$$

$$F = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (6)$$

Furthermore, the subloading surface plasticity is utilized to obtain plastic deformations. Finally, the fluid phase and solid phase interactions are established with the implicit integration. It is worth mentioning that the subloading surface plasticity is utilized to obtain plastic deformations.

Results and Discussion

In order to confirm the capability of the model, the obtained results are compared with the traditional fine scale results and good agreement achieved as it is shown in Figure 1.

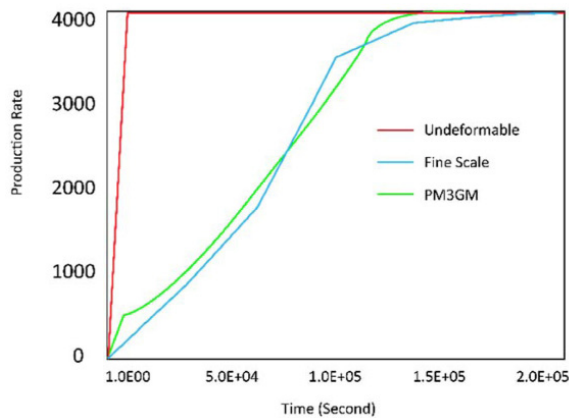


Fig. 1 Comparison of production rate for deformable and undeformable rock.

Moreover, three different rocks are simulated and it is shown that the looser rock will lead to lower production rate with respect to more energy loss during plastic deformations, as seen in Figure 2.

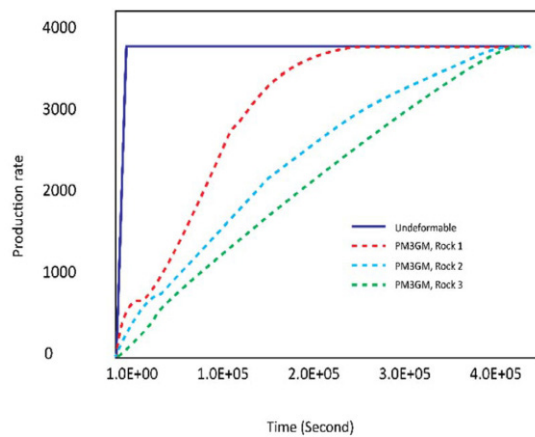


Fig. 2 Oil production rate for three different rock types.

Furthermore, to confirm the efficiency of the model, CPU Time Ratio (CTR) is derived, and it shows that the present multiscale framework could be about 1000 times faster than traditional fine scale models for the reservoir with 10^4 simulation elements. The more interesting feature of the model is that the efficiency would be raised while the number of elements increases (Figure 3).

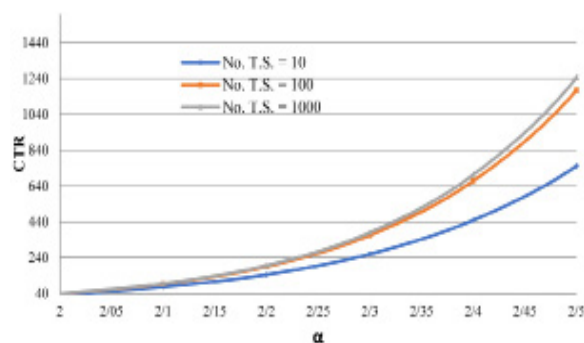


Fig. 3 Comparison of computational efficiency between Multiscale and fine scale models.

Conclusions

The Multiscale geomechanical model considering plastic deformation is presented to simulate petroleum reservoirs. It is shown that the results not only were in good agreement with the numerical and experimental test cases, but also, the computational cost was much lower with utilizing multiscale framework. Moreover, it is shown that the looser rock will lead to the lower production rate with regard to more energy loss during more plastic deformations.

References

1. Sadrnejad S A, Ghasemzadeh H, Taheri E (2014) Multiscale Multiphysic Mixed Geomechanical Model In Deformable Porous Media, *Journal for Multiscale Computational Engineering*, 12, 6: 529–547.
2. Sadrnejad S A, Ghasemzadeh H, Taheri, E (2015) Multiscale geomechanical model for a deformable oil reservoir with surrounding rock effects, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 13, 6: 533–559.
3. Taheri E (2015) Multiscale modeling of oil transport in deformable porous media, Ph.D. Thesis K. N. Toosi University of Technology.

کاربرد مدل ارتقا یافته چند مقیاسی چند فیزیکی ژئومکانیکی در نرخ تولید نفت از مخزن

امید روشن و احسان طاهری*

گروه مکانیک سنگ، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۴/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۲۷

چکیده

شبیه‌سازی جریان سیال و تغییر شکل‌های فاز جامد در محیط متخلخل یک گام مهم در مدیریت و توسعه تولید نفت در مخازن نفتی است. با توجه به این نکته که شبیه‌سازی این جریان در همه مقیاس‌ها هزینه محاسباتی بسیار بالایی دارد، روش چندمقیاسی چندفیزیکی ترکیبی در سال‌های اخیر توسعه یافته است. همچنین، نقش فاز جامد در رفتار سیال و نرخ برداشت از مخزن انکارناپذیر است. در تحقیق حاضر، روش ارتقا یافته چند مقیاسی چندفیزیکی ترکیبی ارائه شده است که قادر به تحلیل تغییر شکل‌های کشسان و خمیری در مخزن نفتی است. همچنین، تأثیر این روش بر نرخ تولید نفت از مخزن سنجیده شده است. ارتقا مدل پایه با استفاده از نظریه سطح تسلیم و قانون جریان ناهمراه و انتگرال گیری عددی ضمنی براساس الگوریتم نگاشت بازگشتی انجام گرفته است. برای نشان دادن بازدهی زمانی الگو مسئله جریان در یک محیط متخلخل سه فاز با دو لایه شیل مورد بررسی قرار گرفت که علاوه بر اینکه نتایج تطابق قابل قبولی با الگوی ریزمقیاس داشتند، کارایی زمانی بسیار بالایی با استفاده از الگوی حاضر به دست آمد. همچنین در مسئله‌ای دیگر مقایسه با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفت که نتایج تطابق بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی داشتند. در نهایت جهت بررسی عملکرد الگو جهت منظور نمودن کرنش‌های خمیری بر نرخ برداشت، مسئله‌ای با سه نوع سنگ مخزن مورد ارزیابی قرار گرفت و مشخص شد؛ هرچه میزان سختی سنگ کمتر باشد، با توجه به مستهلک شدن بخشی از انرژی تزریق میزان برداشت نفت در زمان‌های اولیه کاهش می‌یابد که با افزایش زمان و کاهش کرنش‌های خمیری به حد آستانه‌ای همگرا می‌گردد.

کلمات کلیدی: جریان سیال، نرخ تولید نفت، چند مقیاسی، تغییر شکل خمیری، کارایی محاسباتی

مقدمه

بهینه و شبیه‌سازی دقیق تر مخازن نفتی امری مشهود است. برای پاسخ به این میزان از تقاضا، افزایش نرخ برداشت نفت و تولید آن باید بهینه‌سازی شود. تخمین و محاسبه مکان بهینه چاه‌های تزریق و همچنین توسعه ابزار و نحوه بهره‌برداری امری

رشد روزافزون تقاضای بازار جهانی برای مدل‌های

*مسئول مکاتبات
آدرس الکترونیکی: e_taheri@modares.ac.ir
شناسه دیجیتال: (DOI: 10.22078/PR.2021.4552.3051)

هیدرولیکی و مکانیکی برای سنگ‌ها و خاک‌های اشباع و نیمه اشباع همواره مورد بحث بوده است [۲۶]. تأثیر درجه اشباع و کرنش حجمی بر رفتار مکانیکی و هیدرولیکی و نرخ تولید مدل مشخصه نیز همواره امر مهمی بوده و هست. در همین راستا و به منظور الگوی M^3GM که مبنای تحقیق حاضر بوده نیز از مدل جامع یکپارچه برای شبیه‌سازی دقیق تر فاز جامد-جامد استفاده شده است. این الگو با عنوان الگوی ارتقا یافته یا الگوی سطح پیرامونی یکپارچه توسط مقدم و همکاران و در راستای بهبود مشکلات ناشی از انتگرال گیری عددی صریح در مدل‌ها، با به کارگیری روش انتگرال گیری ضمنی برای مدل‌سازی رفتار رس و ماسه و همچنین برای شبیه‌سازی روان‌گرایی ماسه ارائه شد [۱۳]. نتایج به دست آمده از الگوی ارتقا یافته نشان داد که، این الگو در هم‌گرایی روابط توأمان و ترکیبی عملکرد خوبی را از خود نشان می‌دهد. این الگو براساس مفهوم سطح پیرامونی و با به کارگیری روش ضمنی پیشنهاد شد. به همین منظور به عنوان الگوی مبنا در مدل ارتقا یافته چندمقیاسی چندفیزیکی پلاستیک در فاز جامد مورداستفاده قرار گرفت [۲۱]. همچنین حاجی بیگی و همکاران از الگوی چندمقیاسی برای محاسبه میزان نشست مخازن نفت نیز استفاده کردند. علی‌رغم اینکه مدل حاجی بیگی و همکاران به طور کامل برای فاز جامد ارتقا داده نشد اما تمرکز را بر روی هر چه دقیق تر مدل کردن تغییر شکل‌های فرونشست قراردادند [۲۸]. نیز صنایع پسند و همکاران چندمقیاسی چندفیزیکی ترکیبی را برای فاز کشسان جامد توسعه دادند [۱۲]. مشرف دهکردی و همکاران مدلی برای شبیه‌سازی محیط‌های بسیار ناهمگن با فرض‌های منطقه‌ای ارائه دادند [۳۰]. با توجه به اینکه در اندرکنش سیال و جامد در یک مخزن نفتی چند سری روابط باید به صورت هم‌زمان حل شوند، و با توجه به لزوم هم‌گرایی در تمام بخش‌ها، نیاز به استفاده از روش مناسبی می‌باشد.

مهم در این بهینه‌سازی است [۱]. روش‌های چند مقیاسی برای شبیه‌سازی مخازن نفتی متخلخل و لایه‌های زیرسطحی با هدف کاهش هزینه و زمان محاسبات توسعه یافتند. محیط متخلخل را میتوان به صورت شبکه‌ای از دانه‌های جامد دربرگیرنده حفره‌های به هم پیوسته حاوی مایع و هوا در نظر گرفت [۲۴]. در روش چندمقیاسی احجام محدود MSFV جرم و سرعت موازنه شده‌اند. در نتیجه این روش مناسب برای مدل‌سازی رفتار سیال و اندرکنش آن با فاز جامد است، که این فاز جامد به وسیله روش اجزا محدود FEM مدل می‌شود [۲]. نتایج فازهای سیال و جامد در استفاده از این دو روش برای مدل‌سازی به صورت دوگانه و توأمان در هر گام زمانی و در حلقه غیرخطی تکرار حل می‌شود. روش MSFV اولین بار توسط جنی در سال برای یک فاز و یک محیط دوبعدی بدون در نظر گرفتن کاپیلاری و حلالیت ایجاد شد [۷] و فاز دوم به مدل اضافه شد [۸] و در ادامه توانایی حل رابطه فشار همگرا توسط لوناتی و جنی به مدل اضافه گردید [۱۰] و چلیپی و همکاران محاسبه توابع پایه را در مدل پیاده‌سازی کردند [۹]. شرایط مرزی بهبودیافته توسط جنی و همکاران به مدل اضافه گردید. حاجی بیگی و جنی روش MSFV تکرارشونده را برای در نظر گرفتن تراکم‌پذیری فازهای مختلف ارائه کردند [۱۸-۲۰]. در ادامه، الگوهای چندمقیاسی ارائه شده و با توجه به اهمیت لحاظ کردن تغییر شکل فاز جامد، صدرنژاد و همکاران، الگوی چند مقیاسی چندفیزیکی ترکیبی M^3GM را ارائه کردند که مبنای اصلی تحقیق حاضر نیز است [۱۱ و ۲۷]. همچنین، صدرنژاد و همکاران این الگو را برای فاز جامد و در نظر گرفتن سنگ‌های اطراف مخزن به الگوی $M^3 GMSR$ توسعه دادند [۱۱ و ۲۸]. در مدل ذکر شده، تغییر شکل‌های فاز جامد توسط روابط کشسان محاسبه می‌شود. سپس، تأثیر سنگ‌های اطراف در تغییر شکل مخزن لحاظ می‌شود. در مطالعات ژئومکانیکی استفاده از یک مدل جامع

در رابطه فوق، λ_α تانسور تحرک پذیری فاز است که به صورت رابطه $\lambda_\alpha = (Kkr_\alpha)/\mu_\alpha$ تعریف می شود. در این رابطه K تانسور نفوذ پذیری مطلق است، kr_α نفوذ پذیری نسبی و μ_α ویسکوزیته هر فاز است. با جاگذاری رابطه ۳ در رابطه ۲ و با در نظر گرفتن قابلیت تحرک فازی خواهیم داشت:

$$\phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha \frac{D^s \phi}{Dt} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\rho_\alpha \frac{Kkr_\alpha}{\mu_\alpha} (-\nabla p + \rho_\alpha g)) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_\alpha \rho_\alpha \nabla v_s = \dot{m}_\alpha \quad (4)$$

در ادامه رابطه تعادل به شکل زیر تبدیل می شود: با در نظر گرفتن رابطه بین کرنش و تغییر شکل و تعریف کرنش حجمی و سرعت فاز جامد، خواهیم داشت:

$$\phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha \frac{D^s \phi}{Dt} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\rho_\alpha \frac{Kkr_\alpha}{\mu_\alpha} (-\nabla p + \rho_\alpha g)) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_\alpha \rho_\alpha \frac{\varepsilon_{vol}}{\Delta t} = \dot{m}_\alpha \quad (5)$$

پس از معرفی روابط فازی اصلی، روابط الگوی چندمقیاسی چندفیزیکی بیان می شود: پس از جداسازی دانسیته فازی و برای به دست آوردن رابطه فشار و پس از جمع فازها خواهیم داشت:

$$\frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} + \frac{-\phi^n}{\Delta t} \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^{n+1} \rho_\alpha^n S_\alpha^n - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^{n+1} \nabla \cdot (\rho_\alpha^{n+1} \lambda_\alpha (\nabla \rho_\alpha^{n+1} - \rho_\alpha^{n+1} g \nabla z)) + \phi^{n+1} \frac{\varepsilon_v^{n+1} + \varepsilon_v^n}{\Delta t} = q_t \quad (6)$$

جایی که $q_t = \sum_{\alpha=1}^{n_p} q_\alpha$ دبی و B_α فاکتور حجمی (عکس دانسیته فازی) است. خطی سازی رابطه فوق، رابطه تکرار شونده فشار را نتیجه می دهد.

$$C_c (\rho^{v+1} - \rho^v) - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^v \lambda_\alpha \nabla \rho^{v+1}) = \frac{-\phi^v}{\Delta t} + \frac{\phi^n}{\Delta t} \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^{n+1} \rho_\alpha^n S_\alpha^n + q_t - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^{v2} \lambda_\alpha g \nabla z) - \phi^v \frac{\varepsilon_v^v - \varepsilon_v^n}{\Delta t} \quad (7)$$

گام های تکرار جدید و قدیمی با $v+1$ و v نشان داده می شوند. در ادامه:

$$C_c = -\phi^v \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial B_\alpha}{\partial \rho} \Big|_\rho \rho_\alpha^n S_\alpha^n \quad (8)$$

با جاگذاری رابطه ۷ در رابطه ۸ خواهیم داشت:

به کارگیری روش ضمنی و حلقه های اصلاح شده نیوتن رافسون در مدل جدید به این امر کمک شایانی کرده است. در ادامه با توجه به یکپارچه بودن تابع تسلیم زیر برنامه پلاستیک و فرمول بندی جدید می توان شبیه سازی بهتری از فاز جامد در مخازن نفتی داشت. مدل رفتاری یکپارچه خمیری برای محاسبه و مدل سازی اندرکنش با فازهای سیال در مدل مبنا از قانون نگاشت شعاعی و شبیه سازی رفتار نرم استفاده می کند. همچنین، الگوی مبنا نیز برای فاز جامد از قانون سخت شونده گی همسان گرد استفاده کرده است [۱۵].

معرفی الگو

روابط حاکم و الگوی M³GM

سیستم فازهای دربرگیرنده در این الگو شامل ترکیبی از محیط متخلخل تغییر شکل پذیر به عنوان فاز جامد و آب و گاز و نفت به عنوان فاز سیال است. در اولین قدم موازنه جرمی بررسی می شود. در این قسمت، دو جریان سیال تراکم پذیر در یک اسکلت تغییر شکل پذیر جامد در نظر گرفته شده اند.

$$\frac{D}{Dt} (\phi S_\alpha \rho_\alpha) + \phi S_\alpha \rho_\alpha \nabla v_\alpha = \dot{m}_\alpha \quad (1)$$

در رابطه فوق، ϕ تخلخل، ρ_α دانسیته فازی و S_α درجه اشباع فاز و v_α سرعت فاز است. همچنین، $\dot{m}_\alpha$ بیانگر چاهک و ترم های منبع است. در ادامه و با توجه به تعریف سرعت نسبی که به صورت $w = v_\alpha - v_s$ است،

پس از جمع کردن فازها خواهیم داشت:

$$\phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha \rho_\alpha \frac{D^s \phi}{Dt} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\phi S_\alpha \rho_\alpha w_\alpha) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_\alpha \rho_\alpha \nabla v_s = \dot{m}_\alpha \quad (2)$$

رابطه ۲ رابطه کلی حرکت سیال در محیط متخلخل است. این درحالی است که برای به دست آوردن اندرکنش رفتار هر فاز رابطه تعادل ممنتوم هر فاز نیز باید در نظر گرفته شود.

رابطه خطی تعادل ممنتوم فازهای سیال به صورت زیر است:

$$\phi_\alpha \rho_\alpha w_\alpha = \lambda_\alpha (-\nabla p + \rho_\alpha g) \quad (3)$$

RHS رابطه ۱۳ با توزیع توابع اصلاحی دیده شده است. با روی هم گذاری دو دسته از توابع شکل فشار ریزمقیاس به صورت زیر به دست می آید.

$$p_f(x) \approx p'(x) = \sum_{h=1}^N \left[\sum_{k=1}^M \phi_k^h(x) \bar{p}_k + \phi^h(x) \right] \quad (13)$$

در رابطه فوق، $\bar{p}_k$ فشار در مرکز گره های هر سلول بزرگ x_k است. با جای گذاری رابطه ۱۳ در رابطه ۹ و انتگرال گیری در سلول های بزرگ و با اعمال قانون گاوس خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega_i} \frac{C_c}{\Delta t} \left(\sum_{h=1}^N \left[\sum_{k=1}^M \phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \phi^h \right] - p^{v'} \right) d\Omega - \int_{\partial\Omega_i} (\lambda_i \cdot \sum_{h=1}^N \left[\sum_{k=1}^M \phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \phi^h \right]) \cdot \tilde{n}_i d\Gamma = \int_{\Omega_i} RHS^v \quad (14)$$

نتیجه رابطه فوق یک دستگاه رابطه غیرخطی تکرارشونده است.

$$A_{lk} p_k^{v+1} = b_l^v \quad (15)$$

$$A_{lk} = \sum_{h=1}^N \left(\int_{\Omega} \frac{C_c}{\Delta t} \phi_k^h d\Omega - \int_{\partial\Omega_i} (\lambda_i \cdot \nabla \phi_k^h) \cdot \tilde{n}_i d\Gamma \right) \quad (16)$$

$$A_{lk} = \sum_{h=1}^N \left(\int_{\Omega} \frac{C_c}{\Delta t} \phi_k^h d\Omega - \int_{\partial\Omega_i} (\lambda_i \cdot \nabla \phi_k^h) \cdot \tilde{n}_i d\Gamma \right) \quad (16)$$

$$b_l^v = \int_{\Omega} (RHS^v + \frac{C_c}{\Delta t} p^{v'}) d\Omega - \sum_{h=1}^N \left(\int_{\Omega} \frac{C_c}{\Delta t} \phi^h d\Omega - \int_{\partial\Omega} \lambda_i \cdot \nabla \phi^h \cdot \tilde{n}_i d\Gamma \right) \quad (17)$$

روند تکرار ادامه پیدا می کند تا به حد هم گرایی $\|p^{(v+1)} - p^{v'}\| < \beta$ برسد.

میدان فشار به دست آمده پایستار نیست که این شرط برای حل رابطه انتقال ضروری است. در نتیجه یک گام دیگر در راستای پایستارسازی میدان فشار نیاز است. قبلاً بیان شد که میدان فشار برای به دست آوردن شار ریزمقیاس در هر سلول بزرگ اعمال می شود. رابطه ۱۰ با شرایط مرزی نیمون در فشار ریزمقیاس حل می شود.

$$-\nabla \cdot (\lambda_i \cdot \nabla p^n) = RHS^v \quad (18)$$

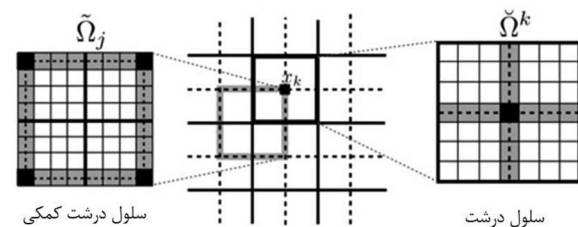
با اعمال شرایط مرزی $-\lambda_i \cdot \nabla p^{n'}$ بر روی $\partial\Omega_k$

$$\frac{C_c}{\Delta t} (\rho^{v+1} - \rho^v) - \nabla \cdot (\lambda_i \cdot \nabla \rho^{v+1}) = RHS^v \quad (9)$$

که در آن

$$RHS^v = -\frac{\phi^v}{\Delta t} + \frac{\phi^n}{\Delta t} \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^{n+1} \rho_{\alpha}^n S_{\alpha}^n \right) + q - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^v \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^{v2} \lambda_{\alpha} g \nabla z) - \phi^v \frac{\varepsilon^v - \varepsilon^n}{\Delta \theta} - \nabla \cdot (\lambda_i \cdot \nabla \rho^v) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^v \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^v \lambda_{\alpha} \nabla \rho^v) \quad (10)$$

ساختار روش چندمقیاسی احجام محدود بر پایه دو دسته شبکه بندی به نام های شبکه بندی بزرگ (شکل ۱ الف)) و شبکه بندی کمکی (شکل ۱ ب)) است. شبکه بزرگ شامل M سلول بزرگ $([\Omega_k[1,M)$ و شبکه کمکی شامل N سلول کمکی $([\Omega_h[1,N)$ است [۵-۲].



شکل ۱ الف) شبکه بندی بزرگ و ب) شبکه بندی کمکی [۱۸].

ساختار MSFV دارای دو اپراتور اصلی است. اولی با استفاده از انتگرال گیری روی فشارهای ریزمقیاس که از دو سری توابع پایه و اصلاحی Φ_k^h و Φ^h به دست می آیند، تأثیر نفوذپذیری را به مقیاس بالاتر می برد. اپراتور دوم از توابع فوق برای به دست آوردن فشار ریزمقیاس پایستار استفاده می کند. برخلاف روش های کلاسیک، این اپراتورها توابع تحلیلی نیستند بلکه از حل عمومی و خصوصی رابطه ۱۰ به دست می آیند. به طور دقیق تر، توابع پایه و اصلاحی جواب های عمومی و خصوصی رابطه ۱۰ با در نظر گرفتن شرایط مرزی کاهش یافته بر بعد هستند [۲۱].

$$(\tilde{n}^h \cdot \nabla) ((\lambda_i \cdot \nabla \phi_k^h) \cdot \tilde{n}^h) = 0 \quad (11)$$

$$(\tilde{n}^h \cdot \nabla) ((\lambda_i \cdot \nabla \phi^h) \cdot \tilde{n}^h) = RHS^v \quad (12)$$

در روابط فوق $\tilde{n}^h$ بردار نرمال به سمت بیرون از مرز $\partial\Omega^h$ است. شرایط مرزی در گره های مرکز شبکه کمکی x_l به صورت $\Phi_k^h(x_l) = 0$ و $\Phi_k^h(x_l) = \delta_k l$ است. شایان ذکر است که اندازه پدیده های فیزیکی نظیر موئینگی، تبادل جرم بین فازها در

یک سلول درشت به دست می آید.

$$F_2 = \sum_{i=1}^{i=nfs} B_i^T p_i . m . A \quad (27)$$

در رابطه فوق، p_i فشار ریزمقیاس و A سطح مقطع هر سلول است.

الگوی خمیری

فرمول بندی کلی الگو به صورت تنش سه محوری در سنگ است. با توجه به تعاریف فرمول های تنش مؤثر میانگین و تفاضلی که به ترتیب با p' و q نمایش داده می شوند را به صورت زیر تعریف می شوند و در نهایت فرض شده است که افزایش مؤلفه کرنش با استفاده از دو قسمت کشسان و خمیری صورت گرفته است.

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (28)$$

در ادامه و برای معرفی رفتار کشسان الگو مدول های حجمی و برشی تعریف می شوند:

$$K = \frac{vp'}{k} \quad (29)$$

$$G = \frac{3(1-2\mu)}{2(1+\mu)} K \quad (30)$$

در روابط ذکر شده، $v=I+e$ حجم مخصوص، κ شیب خط بارگذاری- باربرداری در صفحه v - $\ln p'$ و μ نشان دهنده نسبت پواسون است. در الگوی حاضر و به منظور پیش بینی و شیه سازی دقیق تر از رفتار سنگ برای گذار از حالت کشسان به خمیری از مفهوم سطح پیرامونی و مفهوم سطح زیر بارگذاری استفاده شده است. در نظریه سطح پیرامونی این موضوع مطرح است و فرض می شود که تغییر شکل های خمیری از همان ابتدای اعمال بار آغاز شده است. در ادامه، فرض می شود که بخش کشسان به یک نقطه کاهش می یابد. دو سطح داخلی و خارجی برای توصیف این نوع رفتار استفاده می شود. توصیف این دو سطح فرضی به این صورت است که سطح داخلی به عنوان سطح بارگذاری در نظر گرفته می شود و فرض می شود که نقطه تنش قطعاً از این سطح عبور می کند. سطح پیرامونی در این نظریه همان سطح خارجی

میدان فشار جدید p پایستار است و می تواند برای حل رابطه جرم (رابطه ۳) مورد استفاده قرار گیرد. برای شروع معرفی روابط فاز جامد ابتدا رابطه زیر معرفی می شود:

$$\nabla . \sigma + \rho g = 0 \quad (19)$$

اما روابط فاز جامد و گسسته سازی فاز جامد به این صورت است که از رابطه ممنتوم فاز جامد با روش گلرکین با صرف نظر از نیروهای حجمی استفاده می شود:

$$\int_{\Omega} w_u^t (L^T \sigma - \rho g) d\Omega + \int_{\Gamma_u} \bar{w}_u^t (L^T \sigma - t) d\Gamma = 0 \quad (20)$$

در رابطه فوق، w_u^t و $\bar{w}_u^t$ توابع وزنی بر مرزها هستند. L ثابت تانژانت اسکلت و $\bar{t}$ مقدار نیروی خارجی بر مرزهای محیط است.

با اعمال قانون گاوس در جایی که $B=LN_u$ خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega = - \int_{\Gamma_u} N_u^t \bar{t} d\Gamma \quad (21)$$

که در رابطه فوق، N_u تابع شکل است. با اعمال روابط تنش کرنش رابطه به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_{\Omega} B^T (D\varepsilon) d\Omega = \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (22)$$

در رابطه فوق، D ماتریس خمیری است. در ادامه با به کارگیری روابط تنش و تغییر مکان و به کارگیری توابع شکل اشاره شده و با استفاده از رابطه $B=LN_u$ خواهیم داشت:

$$\left[\int_{\Omega} B^T DB d\Omega \right] \hat{u} = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (23)$$

که دستگاه رابطه زیر را برای تغییر مکان گره ای $\hat{u}$ ایجاد می کند.

$$K\hat{u} = F \quad (24)$$

که در آن:

$$K = \left[\int_{\Omega} B^T DB d\Omega \right] \quad (25)$$

$$F = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (26)$$

دومین بخش از سمت راست رابطه به نام F_2 با انتگرال گیری بر روی تمام سلول های ریز در داخل

(۳۴) $\|d\varepsilon^p\| \neq d\gamma = U(\gamma)\|d\varepsilon^p\|$
پس با انتگرال گیری ضمنی عددی از این رابطه داریم:

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n - u \ln(\gamma_{n+1}) d\lambda \quad (35)$$

پس از آن و با ارضا شدن شروط سازگاری و قانون سخت شونده گی همسان گرد، دستگاه روابط غیرخطی تشکیل شده که برای حل آن از روش تکرار نیوتن رافسون استفاده شده است. پس از حل، خروجی الگوی کشسان به صورت نیرو به مدل بازگردانده می شود تا با میزان تنش حاصله از حل رابطه جرم مقایسه شده و به رابطه تعادل بازگردد و این دو سری رابطه همگرا شوند.

روابط سطح بارگذاری نیز به صورت زیر تعریف می شود. جهت توصیف یکپارچه، از تابع تسلیم ارائه شده توسط یو در الگوی حاضر استفاده شده است. در اینجا، تابع سطح بارگذاری طبق رابطه زیر تعریف شده است:

$$F(\sigma) = \left(\frac{q}{M_{cr} p'}\right)^N + \ln\left(\frac{p'}{p'_c}\right) / \ln(R) \quad (36)$$

که در آن N و R فراسنج های ماده هستند. فراسنج ماده N شکل سطح بارگذاری را کنترل می کند و فراسنج R نقطه برخورد تابع با سطح بارگذاری است. همچنین، M_{cr} شیب خط حالت بحرانی است و p' تنش مؤثر میانگین را نشان می دهد. همچنین برای نشان دادن بردار تغییر شکل حالت جامد از تابع U استفاده می شود.

اندرکنش فازهای سیال و جامد

روش حل دوطرفه تکرارشونده برای ایجاد و حل اندرکنش میان ساختار روش چندمقیاسی انجام محدود که برای فاز سیال است و همچنین، روش اجزای محدود که فاز جامد را مدل کرده است به کار می رود. برای این کار دستگاه روابط سیال و جامد با حلقه تکرار نیوتن رافسون به هم مرتبط می شوند. در ورودی روش اجزای محدود برای به دست آوردن تغییر شکل ها از فشار چندمقیاسی پایستار استفاده شده است که در پهنه سلول های

است. تصویر حالت تنش روی این سطح قرار می گیرد [۲۲].

تعیین حالت کشسان یا خمیری

در ادامه، فرآیند مدل سازی و هنگامی که تغییر شکل وارده به الگو وارد می شود، نوبت به مدل سازی فضای بارگذاری و تعیین نوع تغییر شکل سنگ بر مبنای میزان تنش ها و سپس تغییر شکل می رسد. در این هنگام در هر گام بارگذاری حالت تنش با فرض اینکه کرنش ها کشسان هستند به این صورت محاسبه می شود:

$$\sigma^{Trial} = \sigma_n + D_{n+1}^e D\varepsilon_{n+1} \quad (37)$$

در این رابطه، σ^{Trial} مشخص کننده تنش حالت کشسان، n و $n+1$ به ترتیب نشان دهنده گام پیشین و گام فعلی و D^e ماتریس فراسنج کشسان ماده است. در طول این فرآیند، رفتار ماده کشسان فرض شده و دیگر متغیرهای حالت ثابت می مانند و برابر با حالت پیشین خود می باشند. در ادامه فرآیند، مقدار تنش حالت کشسان و دیگر متغیرهای حالت در فرآیند تصحیح کننده خمیری اصلاح می شوند. اما هنگامی که میزان تنش ها فراتر رود، فرآیند تصحیح خمیری ایجاد می شود. در این هنگام، میزان تنش کشسان مشخص شده در فرآیند قبل، قانون جریان، قانون سخت شونده گی و تغییرات اندازه سطوح به طوری اصلاح می شوند که شرط سازگاری برقرار باشد.

این فرآیند روابط زیر را در بر می گیرد:

رابطه تعادل:

شرط لازم در این رابطه همواره برقرار بودن حالت تنش است. به این معنی که میزان تنش باید تعادل را برقرار نماید.

$$d\sigma = D^e d\varepsilon^e \quad (38)$$

با انتگرال گیری در گام های مختلف رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma_{n+1} = \sigma^{Trial} - D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1}^p \quad (39)$$

به منظور به وجود آمدن کرنش های خمیری باید رابطه زیر برقرار باشد:

اجزا محدود به کار گرفته می‌شود [۲۵]. برای هم‌گرایی روابط باید فشار محاسبه‌شده باز به چرخه محاسبه بازگردد تا هم‌گرایی اتفاق بیفتد. روش عملکرد به این صورت است که در ابتدا و پس از هر گام زمانی در مرحله اول قابلیت تحرک فازی بررسی می‌شود. پس از بررسی شدن این مقدار و در صورتی که قابلیت تحرک فازی از حد مجاز خودش بیشتر باشد توابع پایه دوباره محاسبه‌شده و به‌روزرسانی می‌شوند. اگر قابلیت تحرک فازی در محدوده مجاز باشد مسئله به حلقه تنیده سازی دو فاز دیگر یعنی سیال و جامد وارد می‌شود. پس از این عملیات و استخراج توابع اصلی، دستگاه روابط تشکیل‌شده و ماتریس ضرایب و بردار سمت راست رابطه تشکیل می‌شود. در ادامه، حل مسئله فشارهای درشت مقیاس استخراج‌شده و پس از آن با استفاده از رابطه فشار، فشار ریزمقیاس به‌دست می‌آید. در این مرحله نیز یک حد برای بررسی عدم تجاوز میزان فشار ریزمقیاس در دو گام متوالی در نظر گرفته‌شده است. اگر این تفاضل از حد تعیین‌شده فراتر نرود رابطه فشار بر مبنای فشارهای ریزمقیاس حل می‌شود. اما اینجا جایی است که الگوی کشسان خمیری وارد عمل می‌شود. به این صورت که خروجی رابطه جرم فشار است، همان‌طور که بیان شد پس از عبور از شرایط ذکرشده وارد رابطه تعادل شده و تغییر شکل‌ها را خروجی می‌دهد. خروجی رابطه تعادل، تغییر شکل‌های فاز پهنه جامد است. در مدل پایه این تغییر شکل به رابطه جرم برگشته می‌شد تا هم‌گرایی ایجاد شود. اما در این مرحله، تغییر شکل‌های خروجی از رابطه تعادل وارد مدل کشسان خمیری می‌شود. همچنین در الگوی مورد نظر جهت کارایی بهتر برنامه به‌صورت کرنش کنترل بوده و از ورودی کرنش برای انجام محاسبات استفاده می‌کند. تغییر شکل خروجی از رابطه تعادل وارد برنامه کشسان خمیری شده و برنامه آن را به‌صورت تنش خروجی می‌دهد. در این مرحله مشخص می‌شود که آیا با تنش

محاسبه‌شده تغییر شکل در محدوده کشسان باقی می‌ماند یا به مرحله کشسان خمیری یا حتی خمیری وارد می‌شود. در زیر برنامه کشسان خمیری ابتدا مشخص می‌شود که ورودی مدل داده‌شده زه‌کشی شده است یا زه‌کشی نشده است. سپس با استفاده از تابع پتانسیل و سطح تسلیم جدید و یکپارچه اقدام به محاسبه تنش خروجی می‌کند. برای هم‌گرایی و همان‌طور که بیان شد در این برنامه نیز از حلقه نیوتن رافسون استفاده‌شده است. همچنین، لازم به یادآوری است که در این برنامه نیز از مفهوم تنش مؤثر استفاده می‌شود. با استفاده از شرط تابع تسلیم و چک کردن سطح تسلیم و عبور کردن یا نکردن از محدوده کشسان، دستگاه روابط تشکیل‌شده و با روش دوطرفه تکرارشونده و حلقه نیوتن رافسون حل می‌شود. تنش خروجی نیز به نیرو تبدیل‌شده و به‌صورت خروجی برنامه است. خروجی این محاسبات به‌عنوان ورودی مدل کشسان خمیری باعث ایجاد یک نیروی غیرتعادلی می‌شود. در این مرحله، اختلاف نیروی به‌دست آمده از نیروی کشسان محاسبه‌شده در حل رابطه جرم به‌دست می‌آید. در این مرحله نیز از حلقه نیوتن رافسون استفاده می‌شود. این اختلاف نیرو به سمت راست رابطه تعادل برمی‌گردد. پس از بازگشت نیرو به رابطه تعادل و حل تکرارشونده، خروجی رابطه تعادل که تغییر شکل‌ها و در ادامه آن کرنش‌های حجمی بود بر مبنای نیروی وارد جدید به‌دست می‌آید. سپس این تغییر شکل‌ها و کرنش‌های به‌دست آمده به رابطه جرم بازگشته و دوباره این سیکل تکرار می‌شود.

صحت سنجی الگو

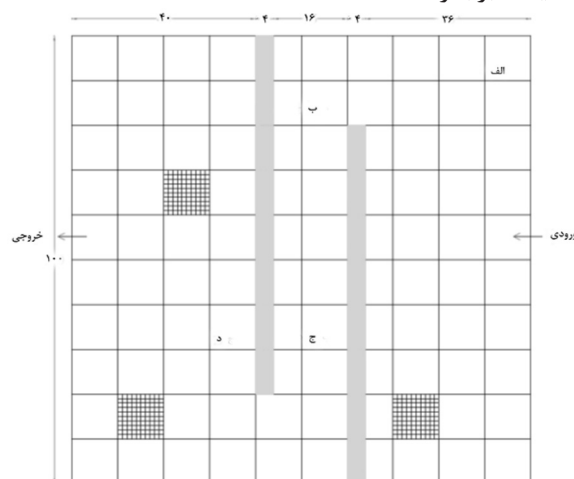
حرکت سیال از میان دو دیواره ضخیم کم‌تراوا

جهت بررسی توانایی الگو، در این بخش مسئله یک محیط همگن با دیواره‌های با نفوذپذیری پایین در نظر گرفته‌شده است. مسئله در نظر گرفته‌شده یک محیط متخلخل با ابعاد 100×100 m بوده

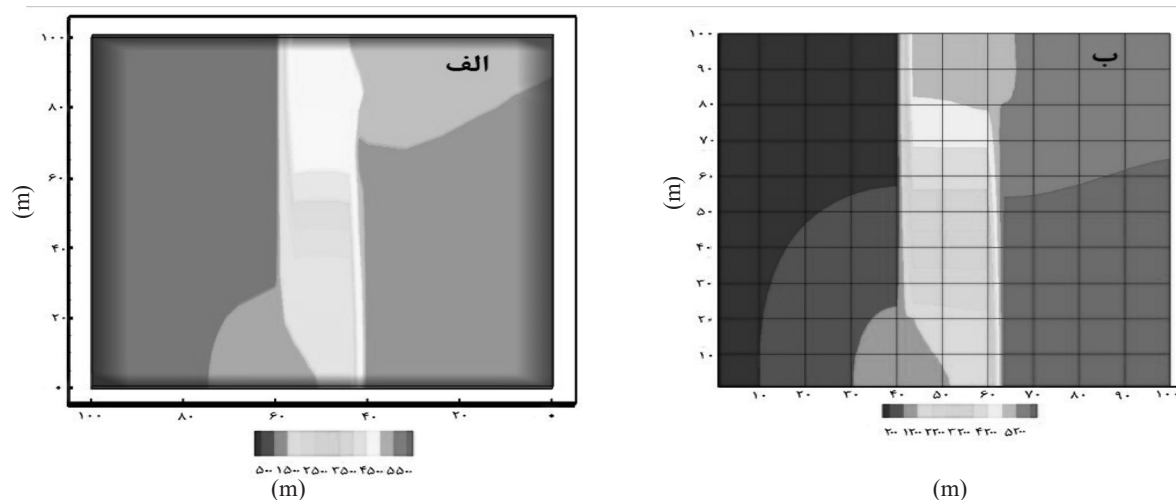
و در لایه‌های کم‌تراوا برابر 1500 mD است. با این تفاوت زیاد در نظر گرفته‌شده در دو ناحیه مذکور، انتظار است سیال از کانال مابین دو دیواره عبور نماید.

نحوه شبکه‌بندی برای کلیه مرزها یکسان خواهد بود؛ اما همان‌طوری که می‌دانیم در صورت اعمال شرایط مرزی دریکله برروی مراکز سلول‌های درشت واقع در سمت چپ محیط، فشارهای به‌دست‌آمده برروی سطوح با توجه به وجود گرادیان فشار در طول المان درشت با میزان فشارهای مراکز سلول موردنظر تفاوت خواهد داشت. منحنی هم میزان فشار به‌دست‌آمده از این روش پس از بیست روز در **شکل ۳** نشان داده‌شده است.

که شامل دو لایه موازی با نفوذپذیری پایین در میان خود است. این محیط در حالت اولیه شامل 28% آب و 72% نفت است. فشار اولیه محیط برابر 1 atm در نظر گرفته‌شده است. تزریق آب به‌صورت ثابت از سمت راست محیط و با دبی برابر $8 \text{ m}^3/\text{day}$ صورت می‌گیرد. همچنین، برداشت از دیواره سمت چپ و با فشار ثابت برابر با صفر نسبت به محیط صورت می‌پذیرد. در سایر مرزها شرایط بدون جریان حاکم است. در این مثال جهت تعیین نفوذپذیری نسبی، روابط بروکز و کوری که پیش‌از این عنوان گردید به‌کار گرفته شده است. همچنین، نسبت گرانروی برابر 100 مدنظر قرار گرفته است. تصویر محیط و شرایط مرزی مربوطه در **شکل ۲** نشان داده‌شده است. همچنین، نفوذپذیری محیط برابر 15000 D



شکل ۲ تزریق آب در محیط متخلخل با لایه‌های ضخیم کم‌تراوا و نقاط در نظر گرفته‌شده جهت تاریخچه فشار.



شکل ۳ منحنی هم میزان فشار پس از بیست روز در محیط متخلخل با لایه‌های کم‌تراوا. الف: روش حل مستقیم برروی مقیاس ریز و ب: روش چندمقیاسی

دو روش صورت می‌گیرد. میزان هزینه محاسباتی، وابسته به ابعاد ماتریس ضرایب هر یک از روش‌ها بوده، که جهت مقایسه روش چندمقیاسی ارائه شده با حل مستقیم بر روی مقیاس ریز توسط رابطه ۳۷ بیان می‌گردد.

$$t(n) = ct_m n^\alpha \quad (37)$$

در رابطه بالا، α, c ثوابتی می‌باشند که با توجه به روش حل در نظر گرفته شده، نحوه به دست آوردن مجهولات، میزان حافظه رایانه، میزان پراکندگی ماتریس دستگاه روابط و نحوه توزیع پراکندگی و موارد دیگر متفاوت است. باید در نظر داشت زمان به دست آمده در روش چندمقیاسی از جمع چهار مرحله زیر حاصل می‌گردد:

۱- ساخت توابع پایه‌ای و اصلاحی، با توجه به اینکه تعداد المان‌های کمکی برابر N_d ، و در نظر گرفتن تعداد المان‌های کمکی اصلاح شده برابر N_{Td} است، زمان مورد نیاز جهت این مرحله توسط رابطه ۳۸ به دست می‌آید.

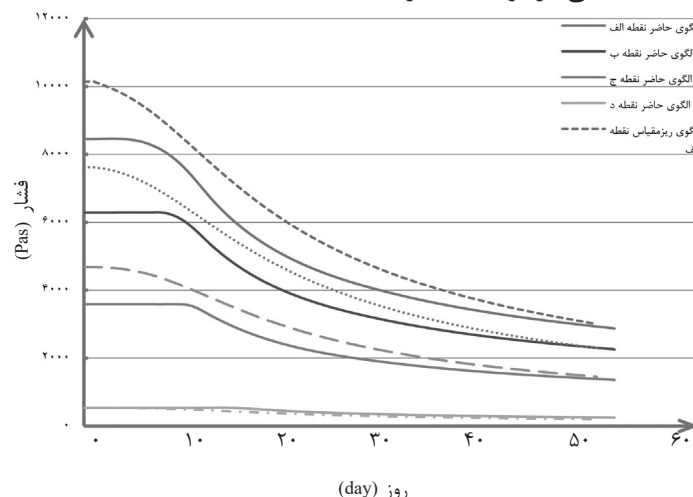
$$t_1 = (2^D + 1)(N_d - N_{Td})ct_m(N_f)^\alpha + (2^D + 1)ct_m N_{Td}(N_f/2)^\alpha$$

در رابطه بالا، D نشان دهنده تعداد بعدهای مسئله، تعداد سلول‌های ریز موجود در هر سلول کمکی است.

۲- به روز رسانی توابع پایه‌ای و اصلاحی، توسط رابطه ۳۹ محاسبه می‌گردد.

همان‌طور که از شکل مشخص است روند توزیع فشار هم‌خوانی مناسبی را نشان می‌دهد. جهت مقایسه دقیق‌تر مشابه آنچه در مثال اول صورت پذیرفت، روند تغییر فشار در چهار نقطه الف، ب، ج و د با مکان‌های مختلف مقایسه گردیده و در شکل ۴ نشان داده شده است.

همان‌طور که از شکل مشخص است، پس از تزریق آب، فشار پس از افزایش اولیه، در نقاط مختلف رو به کاهش می‌گذارد. دلیل این امر جایگزینی سیال با گرانروی کمتر بوده، که منجر به افزایش قابلیت تحرک پذیری کل شده و در نهایت به کاهش فشار می‌انجامد. اما همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، شروع کاهش در نقاط نزدیک‌تر به محل تزریق سریع‌تر صورت گرفته است که دلیل آن نزدیکی جبهه سیال با گرانروی کمتر در آن نواحی است. در نهایت چنان‌که از شکل نیز مشخص است، تطبیق قابل قبولی میان جواب‌های به دست آمده از روش چندمقیاسی ارائه شده با المان‌های کمکی اصلاح شده و نتایج به دست آمده از حل بر روی مقیاس ریز مشاهده می‌شود. اختلاف موجود با توجه به کاهش قابل ملاحظه هزینه محاسباتی که در ادامه به صورت کاملاً تحلیلی به آن پرداخته می‌شود قابل قبول است. جهت تعیین میزان کارایی روش نسبت به حل مستقیم بر روی مقیاس ریز، مقایسه هزینه محاسباتی مربوط به هر



شکل ۴ مقایسه تاریخچه فشار در پهنه محیط در نقاط الف، ب، ج و د.

شکل ۵، تغییرات CTR را با توجه به گستره تغییرات فراسنج α و برای تعداد گام‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد. با توجه به اینکه مقدار فراسنج c زمان پردازش را تغییر داده اما نسبت زمانی پردازش (CTR) را تغییر نمی‌دهد، از ورود به طیف تغییرات آن صرف‌نظر می‌گردد.

همان‌طور که از **شکل ۵** مشخص است، نسبت زمانی پردازش (CTR) با افزایش فراسنج α به‌شدت افزایش پیدا می‌کند. قابل‌ذکر است اصولاً در صورت استفاده از هریک از روش‌های حذفی گوس، گوس جردن، روش تفکیک بالا و پایین مثلثی و تفکیک چلسکی فراسنج $\alpha=3$ است. اما با توجه به اینکه ماتریس ضرایب به‌صورت پراکنده است، با استفاده از روش‌هایی نظیر خط آسمان مقادیر α می‌تواند کاهش یابد

علاوه‌بر آن همان‌طور که از **شکل ۵** مشخص است با افزایش تعداد گام‌های زمانی صرفه‌جویی محاسباتی افزایش پیدا می‌کند که البته این مقدار به میزان آستانه‌ای همگرا می‌گردد. **جدول ۱** سرعت پردازش روش چندمقیاسی و روش حل مستقیم و همچنین نسبت پردازش را برحسب t_m (زمان لازم برای هر Flop) برای تعداد المان‌های مختلف با نسبت بالا مقیاسی معادل ده $n_{upr}=10$ در هر راستا و با فرض $c=10, \alpha=2$ پس از صد گام زمانی نشان می‌دهد.

$$t_2 = \xi t_1(n_t - 1) \quad (39)$$

در رابطه بالا، ξ بیانگر تعداد سلول‌هایی است که در آن‌ها تغییرات قابلیت حرکت جمع فازها از میزان تعیین‌شده تجاوز نماید. این مقدار با توجه به حد در نظر گرفته‌شده و شرایط مسئله متفاوت است. اما در هر حالت کلی در حدود $0/1$ تا $0/3$ متغیر است. همچنین n_t بیانگر تعداد گام‌های زمانی است. ۳- حل دستگاه روابط درشت مقیاس با در نظر گرفتن تعداد سلول‌های درشت N_c ، توسط رابطه ۴۰ به‌دست خواهد آمد.

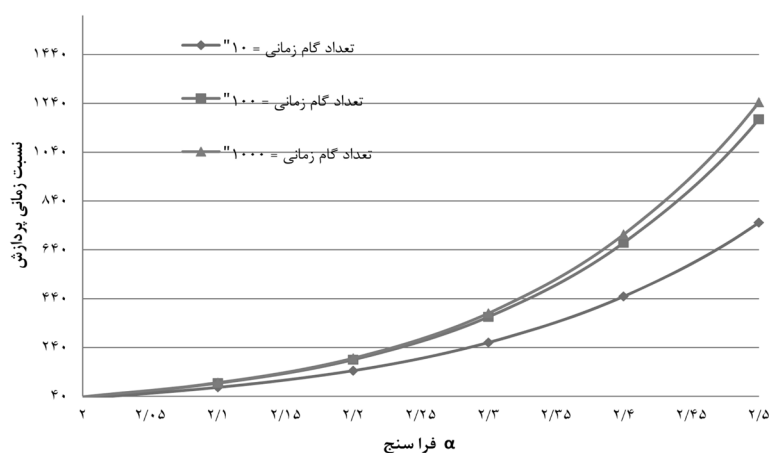
$$t_3 = ct_m n_c^\alpha n_t \quad (40)$$

۴- آخرین مرحله، حل دستگاه‌های روابط جهت فشارهای پایستار بوده که توسط رابطه ۴۱ محاسبه خواهدگردید.

$$t_4 = N_c ct_m (N_{upr})^{D\alpha} n_t \quad (41)$$

در رابطه بالا، N_{upr} بیانگر بالا مقیاسی از مرتبه مشخص در هر راستا است. با توجه به اینکه در این مسئله تعداد ۱۰ سلول ریز در هر راستا در داخل سلول درشت قرار دارد $N_{upr}=10$ است.

از تقسیم زمان به‌دست‌آمده جهت حل دستگاه روابط ریزمقیاس بر زمان به‌دست‌آمده از الگوی چندمقیاسی، نسبت زمانی پردازش (CTR)، به‌دست خواهد آمد. با توجه به آنچه پیش‌ازاین عنوان گردید، ثوابت α, c با توجه به شرایط متفاوت است.



شکل ۵ نسبت پردازش (CTR) مابین روش حل مستقیم و روش چندمقیاسی با المان‌های کمکی اصلاح‌شده.

جدول ۱ مقایسه هزینه محاسباتی روش چند با مقیاسی با المان‌های کمکی اصلاح‌شده با حل مستقیم بر روی مقیاس ریز.

تعداد المان‌ها	روش چندمقیاسی	روش حل مستقیم بر روی مقیاس ریز	نسبت زمانی پردازش (CTR)
1×10^4	$2/68 \times 10^4$	1×10^{10}	۳۷
1×10^6	$3/67 \times 10^{10}$	1×10^{14}	۲۷۲۱
1×10^8	$1/0.2 \times 10^{14}$	1×10^{18}	۹۷۳۹

شکل زیر ارائه‌شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطبیق مطلوبی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصله از الگوی ارائه‌شده، حاصل گردیده است.

جهت تحلیل دقیق‌تر مسئله، نتایج حاصل از تزریق معادل 10 mL/h و فشار در سه نقطه از نمونه آزمایشگاهی موردنظر که در شکل با P_1 و P_2 و P_3 نمایش داده شده‌اند، مورد ارزیابی قرار گرفته است.

همان‌طور که در **شکل ۶** مشخص است فشار در هر سه نقطه با شیب تند کاهش پیدا کرده است که با توجه به اختلاف گرانروی فازهای سیال روند منطقی دارد. همچنین همان‌طور که از شکل مشخص است، کاهش فشار در نقطه ۱ سریع‌تر از نقاط ۲ و ۳ انجام می‌گیرد. دلیل این امر نزدیکی به محل تزریق و تغییر سریع‌تر درجه اشباع و در نتیجه آن قابلیت حرکت کل است بررسی نمودار فشار در نقاط مختلف نسبت به نرخ برداشت صحت عملکرد الگو را به‌صورت دقیق‌تری مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

تحلیل نرخ برداشت در محیط با نفوذپذیری همگن در محیط متخلخل تغییر شکل‌پذیر

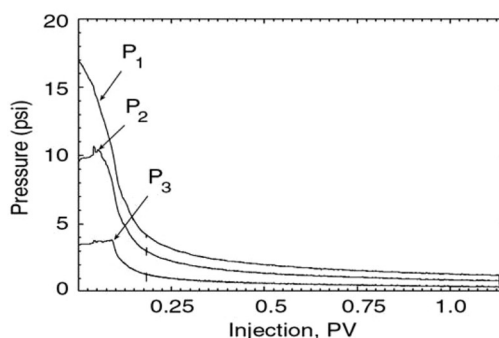
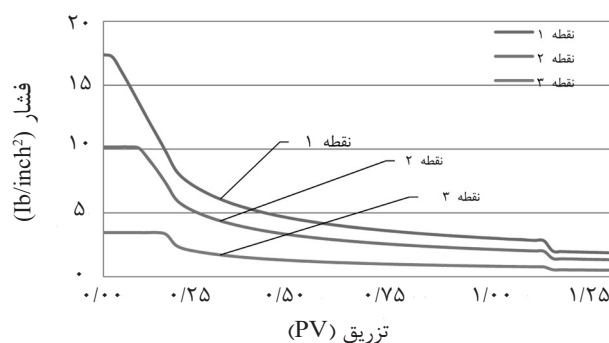
این مسئله جهت بررسی کارایی مدل در نرخ برداشت در محیط تغییر شکل‌پذیر ایجادشده. در این مسئله، مربعی به ابعاد 44×44 با نفوذپذیری مطلق برابر $K=2.5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ در نظر گرفته می‌شود. مخزن به‌صورت پرشده از نفت $S_0=1$ است. آب از گوشه پایین سمت چپ تزریق و از گوشه بالا سمت راست برداشت می‌گردد. هر سلول درشت حاوی 11×11 سلول ریز است. در نتیجه عامل کاهش تعداد المان، معادل ۱۲۱ لحاظ گردیده است.

همان‌طور که از **جدول ۱** مشخص است با افزایش تعداد المان‌ها، صرفه‌جویی زمانی نمود بیشتری پیدا می‌نماید. شایان‌ذکر است همان‌طور که در ادبیات تحقیق نیز اشاره شد تعداد المان‌های مخزن در حدود $10^8 - 10^7$ المان است. در نتیجه همان‌طور که از جدول مربوطه مشخص است، صرفه‌جویی محاسباتی قابل‌توجهی در این حدود تعداد المان به‌دست می‌آید.

مسئله تزریق آب در محیط یک‌بعدی

در تزریق آب و تزریق گاز، تئوری با کلی و لورت به‌طور یکسان قابل کاربرد هستند ولی برای جریان عمودی گاز و نفت، صرف نظر کردن از تأثیر گرانش امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین روابط گوناگون باید برای جریان جزئی گاز، بسته به اینکه تزریق در ناحیه نفتی (با فرض جریان افقی) یا در کلاهیگ گازی (با فرض جریان عمودی) انجام می‌شود، مورد استفاده قرار گیرند [۲۳]. آزمایش تزریق آب در یک محیط یک‌بعدی ابتدا توسط هادیا و همکارانش مطرح شد. در این آزمایش، سنگ مخزن از جنس ماسه‌سنگ بری به ابعاد $2/4$ و $2/5$ و 54 cm است. گرانروی داخل مخزن و سیال تزریقی به‌ترتیب 130 و $0/97$ است. همچنین نفوذپذیری مطلق و تخلخل سنگ به‌ترتیب برابر 1584 mD و $0/385$ گزارش گردیده است. آب با دبی ثابت از سمت چپ مخزن تزریق شده و از سمت راست برداشت می‌شود. مسئله توسط 24 المان درشت که هر یک حاوی 11×11 المان ریزمقیاس است، شبیه‌سازی گردیده است.

نتایج به‌دست‌آمده از الگوی موردنظر در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی برای نرخ تزریق 100 mL/h در



شکل ۶ نتایج تحلیل فشار در سه نقطه در الف) مدل آزمایشگاه [۳۱] و ب) مدل حاضر.

همان‌طور که انتظار می‌رفت، فشار در اطراف محل تزریق در هردو شبیه‌ساز بالا می‌رود؛ اما در شبیه‌سازی توسط الگوی ارتقا یافته که اثر تغییر شکل فاز جامد لحاظ گردیده است، مقادیر فشار کمتر است. روند یکسانی در زمینه نرخ برداشت در هر دو حل ارائه شده است. همان‌گونه که از شکل مشخص است برداشت نفت پس از گذشت زمان به مقدار آستانه‌ای می‌رسد. دلیل این امر فرضیات در نظر گرفته شده جهت رابطه ساختاری فاز جامد است (شکل ۸).

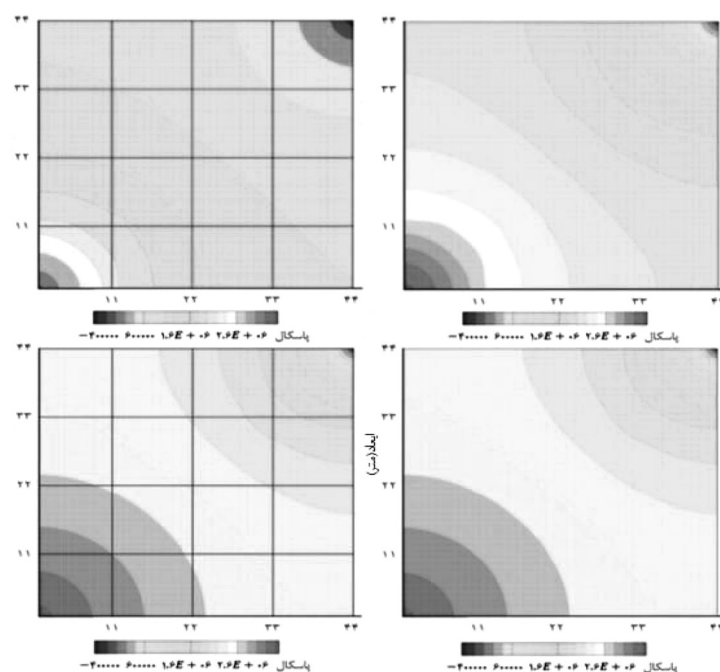
همچنین در ادامه تحقیق و با توجه به داده‌های جدول ۲ نمودار تولید براساس زمان رسم شده است. در جدول ۲ داده‌های سه گروه سنگ مخزن آورده شده که به ترتیب سختی در جدول قرار داده شده است. هدف از این بررسی، سنجش توانایی الگوی ارتقا یافته در شبیه‌سازی میزان تولید نفت با توجه به سختی مختلف سنگ مخزن است. شکل ۹ نشان‌دهنده نرخ تولید نفت برای حالت تغییر شکل‌ناپذیر و سه نوع سنگ است.

جدول ۲ جدول مشخصات سنگ مخزن

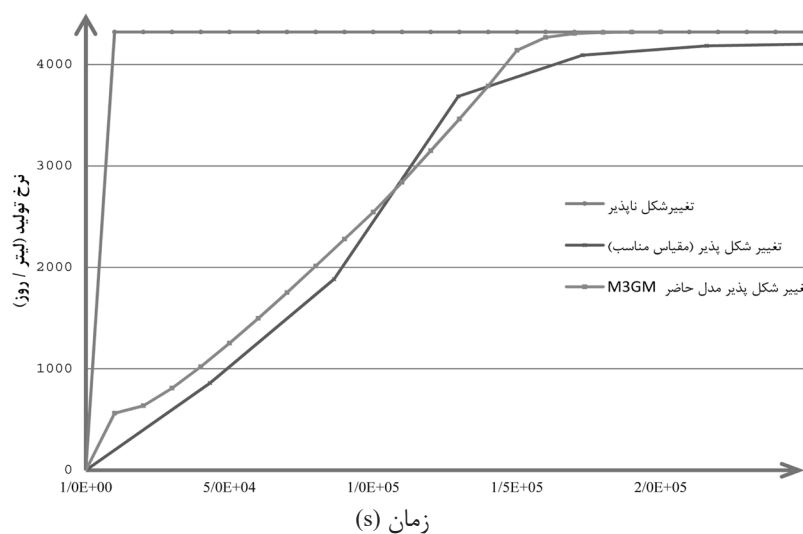
سنگ ۳	سنگ ۲	سنگ ۱	فراسنج‌ها
۱/۳۲	۱/۴۵	۱/۵۱	
۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	
۲	۳	۴	
۲۰	۴۴	۱۰۰	
۲۰	۳۰	۴۰	

پارامترهای فاز جامد مسئله در جدول زیر آورده شده است. فراسنج‌های الگوی به‌وسیله نتایج حاصل از یک آزمایش برای یک نمونه سنگ، کالیبره شده و سپس به‌وسیله دیگر آزمایش‌ها بر روی همان نمونه سنگ مورد ارزیابی قرار گرفت.

در اولین شبیه‌سازی، از تغییر شکل فاز جامد صرف‌نظر شده و تنها حرکت مکانیکی فازهای سیال مدنظر قرار می‌گیرد؛ اما در دومین شبیه‌سازی، تغییر شکل فاز جامد نیز لحاظ خواهد گردید. همچنین، در شکل ۷ منحنی هم میزان فشار به‌دست آمده از حل بر روی ریزمقیاس و حل بر روی الگوی ارتقا یافته مشاهده می‌شود.

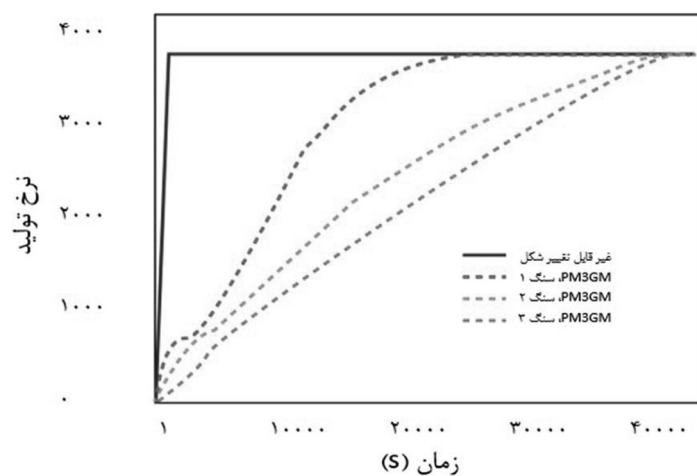


شکل ۷ منحنی هم میزان فشار به دست آمده از حل برروی ریزمقیاس و حل برروی الگوی ارتقا یافته.



زمان (s)

شکل ۸ سهم نفت از چاه برداشت در شبیه سازی بدون تغییر شکل و با در نظر گرفتن تغییر شکل و الگوی ارتقا یافته.



زمان (s)

شکل ۹ سهم نفت از چاه برداشت توسط الگوی مدل حاضر در سه سنگ مختلف.

بالایی باعث کاهش میزان محاسبات می‌گردد. همچنین جهت مقایسه با نتایج آزمایشگاهی میزان برداشت نفت در یک مسئله با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید و تطبیق بسیار خوبی حاصل گردید. در نهایت جهت نشان دادن کارایی مدل برای شبیه‌سازی تغییر شکل‌های خمیری و تأثیر آن بر روی میزان برداشت نفت مسئله برداشت نفت از یک محیط متخلخل مربعی ارزیابی گردید و مشخص شد هر چه میزان تغییر شکل‌های خمیری بیشتر باشد میزان برداشت نفت در زمان‌های اولیه کاهش پیدا می‌کند که دلیل آن این است که بخشی از انرژی تزریق جهت تغییر شکل‌های خمیری مستهلک می‌گردد که با توجه به افزایش زمان و توقف کرنش‌های خمیری میزان برداشت نفت برای تمامی محیط‌ها به حد آستانه‌ای می‌رسد.

علائم و نشانه‌ها

kr_{α} : نفوذپذیری نسبی فاز بدون بعد

$\dot{m}_{\alpha}$: چشمه و چاهک فاز (kg/s)

N_u : تابع شکل بدون بعد

A : مساحت سلول‌های ریزمقیاس m^2

B_g : ضریب تشکیل حجمی فاز (m³/Scf)

C_c : ضریب تراکم‌پذیری Pa⁻¹

De : ماتریس کشسانی (Pa)

D_{ep} : ماتریس کشسان خمیری (Pa)

E : مدول کشسانی (Pa)

L : مشتق مماسی سازگار اسکلت خاک بدون بعد

K : ماتریس نفوذپذیری مطلق (d)

$\bar{n}^h$: بردار واحد عمود بر سطح بدون بعد

p : فشار سیال (Pa)

p' : فشار ریزمقیاس ناپایستار (Pa)

p'' : فشار ریزمقیاس پایستار (Pa)

p_f : فشار تحلیل ریزمقیاس (Pa)

S_a : درجه اشباع فاز بدون بعد

u : بردار تغییر شکل فاز جامد (m)

v_a : سرعت فازهای سیال m/s

نکته مهم در انجام این آزمایش این است که انرژی وارده در سنگ‌های سخت‌تر بیشتر صرف تغییر شکل‌های سنگ شده اما در سنگ‌های با سختی کمتر انرژی عمدتاً به سیال وارد می‌شود. اما تمامی سنگ‌ها و مخازن در نهایت به حد تولید آستانه خواهند رسید. اما نوع سنگ مخزن در نرخ تولید بسیار مؤثر خواهد بود. ملاحظه می‌شود که سنگ تغییر شکل‌ناپذیر تغییری در رفتارش مشاهده نمی‌شود و دارای بیشتر نرخ تولید است. سنگ با سختی بیشتر به دلیل تغییر شکل پلاستیک کمتر تولید نفت بیشتری را نشان می‌دهد و همین روند با کاهش سختی سنگ ادامه پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، هر چه سختی سنگ کاهش می‌یابد تغییر شکل پلاستیک بیشتری در سنگ رخ داده و نرخ تولید بالاتر می‌رود. این روند با تغییر پارامتر N در جدول ۲ داده شده است. سنگ شماره ۱ دارای سختی بیشتر و میزان $N=4$ دارای بیشترین نرخ تولید است. سنگ شماره ۲ با $N=3$ دارای نرخ تولید کمتری است و سنگ شماره ۳ نیز به همین ترتیب دارای کمترین مقدار تولید می‌باشد. همچنین، تغییرات سه منحنی هم‌خوانی خوبی با مقادیر U دارند. سنگ شماره ۳ با مقدار $U=20$ دارای کمترین شیب است اما سنگ شماره ۱ با شیب بیشتری به سمت حد آستانه تولید می‌رود.

نتیجه‌گیری

با توجه به وجود فازها و مقیاس‌های مختلف در مخازن نفتی در این تحقیق از مدل‌سازی ترکیبی چند مقیاسی چند فیزیکی استفاده شده است. در الگوی فعلی جهت در نظر گرفتن تغییر شکل‌های خمیری با توجه به نظریه پلاستیسته و با در نظر گرفتن جریان ناهمراه، انتگرال‌گیری ضمنی و الگوریتم نگاشت بازگشتی به کار گرفته شده است. جهت مشخص شدن بازدهی زمانی مسئله‌ای با دو لایه شیل تحلیل شده و مشخص گردید مدل به کار گرفته شده تا میزان نسبت پردازش بسیار

R : تنظیم‌کننده نقطه برخورد خط حالت بحرانی با سطح تسلیم بدون بعد	v_s : سرعت فاز جامد (m/s)
$d\varepsilon_v^p$: تغییرات کرنش حجمی خمیری بدون بعد	$\bar{W}_u^t$: بردار ضرایب وزنه پهنه بدون بعد
η : محدوده هم‌گرایی بدون بعد	$\bar{W}_u^t$: بردار ضرایب وزنه مرزها بدون بعد
ε : بردار کرنش‌های فاز جامد بدون بعد	$d\varepsilon$: بردار تغییرات کرنش کل بدون بعد
ρ_a : دانسیته فازهای سیال (kg/m^3)	$d\varepsilon^p$: بردار تغییرات کرنش خمیری بدون بعد
Φ_k^h : ماتریس توابع پایه‌ای بدون بعد	F : تابع تسلیم بدون بعد
Φ^h : بردار سلول‌های کمکی بدون بعد	$d\lambda$: ضریب خمیری در قانون جریان بدون بعد
φ : تخلخل بدون بعد	Q : تابع پتانسیل خمیری بدون بعد
v : ضریب پواسون فاز جامد بدون بعد	ε_v : کرنش حجمی بدون بعد
μ_a : گرانروی فاز (m^2/s)	ε_q : کرنش تفاضلی بدون بعد
σ : ماتریس تنش مؤثر (Pa)	ε_l : کرنش محوری بدون بعد
M_c : شیب خط حالت بحرانی بدون بعد	ε_3 : کرنش شعاعی
P : تنش مؤثر میانگین (Pa)	بدون بعد
q : تنش تفاضلی (Pa)	M : شیب خط حالت بحرانی بدون بعد
	N : مشخص‌کننده شکل سطح تسلیم بدون بعد

مراجع

- [1]. Zohdi T I (2004) Encyclopedia of computational mechanics, Solids and structures Homogenization methods and multiscale modeling, John Wiley, 2: 357-383.
- [2]. Zhang H, Liu H (2014) A multiscale computational method for 2d elastoplastic dynamic analysis of heterogeneous materials, Journal for Multiscale Computational Engineering, 12, 2: 127-154.
- [3]. Turner A K, Turner K A (1992) Three-dimensional modeling with geoscientific information systems, Springer Science and Business Media, 354.
- [4]. Mohaghegh S, Arefi R, Ameri S, Aminian K, Nutter R (1996) Petroleum reservoir characterization with the aid of artificial neural networks, Journal Petroleum Science Engineering, 16: 263-274.
- [5]. Wen X H, Durlofsky L J, Edwards M G (2003) Use of border regions for improved permeability upscaling, Mathematical Geology, 35: 521-547.
- [6]. Warren J E, Price H S (1960) Flow in heterogeneous porous media, SPE 1579-G, 153-169.
- [7]. Jenny P, Lee S H, Tchelepi H A (2003) Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation, Computational Physics, 187: 47-67.
- [8]. Jenny P, Lee S H, Tchelepi H A (2004) Adaptive Multiscale Finite-Volume Method for Multiphase Flow and Transport in Porous Media. Multiscale Model, Simul, 3: 50-64.
- [9]. Jenny P, Lee S H, Tchelepi H A (2006) Adaptive fully implicit multi-scale finite-volume method for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media, Journal of Computational Physics, 217, 2: 627-641.
- [10]. Jenny P, Lunati I (2009) Modeling complex wells with the multi-scale finite-volume method, Journal of Computational Physics, 228: 687-702.

[۱۱]. طاهری ا (۱۳۹۳) مدل‌سازی چند مقیاسی حرکت نفت در محیط متخلخل تغییرشکل‌پذیر، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.

[۱۲]. صنایع‌پسند م (۱۳۹۸) مدل‌سازی حرکت نفت در محیط متخلخل الاستوپلاستیک به روش چند مقیاسی و مش‌بندی تطبیقی، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.

[۱۳]. مقدم ا (۱۳۹۷) مدل‌سازی رفتاری دینامیکی یکپارچه جهت برآورد تغییر مکان‌ها در حفاری زیرزمینی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.

[۱۴]. قریشیان امیری ع (۱۳۹۱) مدل‌سازی هیدرولیکی - حرارتی مخازن نفت سیاه تغییر شکل‌پذیر، پایان‌نامه

دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.

[۱۵]. روشن ا، طاهری ا (۱۳۹۹) مدل سازی چند مقیاسی مخازن نفتی با در نظر گرفتن تغییر شکل های

خمیری، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.

[16]. Weinan E (2011) Principles of multiscale modeling, Cambridge University Press.

[17]. Hajibeygi H, Bonfigli G, Hesse M A, Jenny P (2008) Iterative multiscale finite-volume method, Journal of Computational Physics, 227: 8604–8621.

[18]. Hajibeygi H, Jenny P (2011) Adaptive iterative multiscale finite volume method, Journal Computational Physics, 230, 24: 628–643.

[19]. Hajibeigi H (2011) Iterative multiscale finite volume method for multiphase flow in porous media with complex physics, Research Collection, Doctoral Thesis.

[20]. Hajibeigi H Jenny P (2011) Multiscale finite-volume method for parabolic problems arising from compressible multiphase flow in porous media, Journal of Computational Physics, 228, 14: 5129-5147.

[21]. Dehkordi M M, Manzari M T (2013) Effects of using altered coarse grids on the implementation and computational cost of the multiscale finite volume method, Advances in Water Resources, 59: 221–237.

[22]. Hashiguchi K (2017) Foundations of elastoplasticity: subloading surface model, New York: Springer.

[۲۳]. صبحی ق ع، علیزاده ن، کیانی م، بشیری غ ر (۱۳۸۶) بررسی و مقایسه ضریب بازیابی حاصل از شبیه سازی

تزریق آب و گاز در یکی از مخازن شکافدار جنوب ایران، نشریه پژوهش نفت، ۵۶-۲: ۱۰۵-۹۴.

[۲۴]. قاسم زاده ح، صنایع پسند م (۱۳۹۶) مدل چندمقیاسی تغییر شکل پذیر برای مخازن متخلخل نفتی بادر

نظر گرفتن مؤینگی، نشریه علمی-پژوهشی ژئومکانیک نفت، ۲-۱: ۵۹-۴۰.

[۲۵]. نجاتی ح ر، گشتاسبی ک، قبادی ب (۱۳۹۶) بررسی نفوذپذیری وابسته به تنش در مخازن شکافدار با

استفاده از روش عددی المان مجزاء، نشریه پژوهش نفت، ۹۶-۲۷: ۱۱۲-۹۸.

[۲۶]. آزاد م ر، کامکار روحانی ا، آرشی م (۱۳۹۷) افزایش مقیاس پارامترهای ژئومکانیکی مخزن با استفاده از روش

تابع هسته با پهنای باند تطبیقی و مقایسه آن با نتایج تبدیل موجک، نشریه علمی-پژوهشی ژئومکانیک نفت،

۲-۲: ۵۴-۴۰.

[27]. Sadrnejad S A, Ghasemzadeh H, Taheri E (2014) Multiscale multiphysic mixed geomechanical model in deformable porous media, Journal for Multiscale Computational Engineering, 12, 6: 529–547.

[28]. Sadrnejad S A, Ghasemzadeh H, Taheri E (2015) Multiscale geomechanical model for a deformable oil reservoir with surrounding rock effects, International Journal for Multiscale Computational Engineering, 13, 6: 533–559.

[29]. Sokolova I V, Gušti Baštisya M, Hajibeygi Hadi A (2018) Multiscale finite volume method for finite-volume-based simulation of poroelasticity, Journal of Computational Physics, 379: 309-324.

[30]. Dehkordi M, F Mazlumi (2021) Simulation of two-phase incompressible fluid flow in highly heterogeneous porous media by considering localization assumption in multiscale finite volume method, Journal of Applied Mathematics and Computation, 390: 125649.