

محاسبه پیشروی کرمچاله‌ها و ضریب پوسته حین اسیدکاری چاه‌های جهت‌دار در مخازن کربناته

محمد مهدی کردونی و سعید جمشیدی*

دانشکده مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۵/۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۲

چکیده

اسیدکاری گسترده روشی برای بهبود عملکرد جریان ورودی به چاه است. در این عملیات، محلول اسیدی به منظور افزایش تراوایی مخازن کربناته در ناحیه نزدیک چاه، از طریق تشکیل سریع کانال‌هایی با شکل بی‌قاعده تحت عنوان کرمچاله به درون سازند تزریق می‌شود. روش‌های معمول دیگر جهت بهبود تولید در مخازن کربناته شامل شکاف هیدرولیکی، شکاف اسیدی، مشبک‌کاری با جت سیال و ترکیب اسیدکاری و مشبک‌کاری چاه‌های دارای تکمیل لوله جدار می‌باشد. هدف از این پژوهش، محاسبه میزان پیشروی کرمچاله‌ها در یک لایه کربناته افقی (شیب لایه=۰) به هنگام تزریق اسید از یک چاه جهت‌دار که به صورت حفره‌باز یا حفره‌بسته تکمیل شده است، می‌باشد تا بدین طریق، تغییرات ضریب پوسته در برابر زمان محاسبه شود. بدین منظور از مدل نیمه‌تجربی بویجس و گلسبرگن برای شبیه‌سازی پیشروی کرمچاله‌ها در ابعاد میدانی براساس برآزش با داده‌های آزمایشگاهی نمودار بازدهی اسید، یک مدل توزیع فشار ناپایای ایجاد شده درون سازند ناشی از یک چاه جهت‌دار و همچنین، یک مدل تک‌فازی جریان سیال نیوتنی درون چاه با در نظر گرفتن اثر ورود و خروج سیال از طریق دیواره چاه، استفاده شده است تا از حل همزمان معادلات این سه مدل در کنار هم بتوانیم میزان پیشروی کرمچاله‌ها در هر بازه زمانی را به دست آوریم. براساس نتایج به دست آمده، میزان پیشروی کرمچاله‌ها در لایه مخزنی با افزایش عمق کاهش می‌یابد چراکه با شروع اسیدکاری، تراوایی قسمت‌های بالایی لایه مورد نظر افزایش بیشتری به دلیل تماس سریعتر اسید با آن‌ها، می‌یابد که منجر به دریافت اسید بیشتر و در نتیجه عمق نفوذ بالاتر کرمچاله‌ها در قسمت‌های بالایی لایه می‌شود. همچنین، تکمیل حفره بسته نسبت به تکمیل حفره‌باز، باعث افزایش پیشروی کرمچاله‌ها و در نتیجه بهبود عملیات اسیدکاری مخازن کربناته می‌شود. لازم است تعداد بهینه زیرلایه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی به منظور دقت و سرعت مناسب محاسبات در نظر گرفته شود تا بتوان از صحت نتایج اطمینان حاصل کرد. افزایش زاویه چاه تنها تا یک عمق خاص باعث افزایش پیشروی کرمچاله‌ها می‌شود، اما این به معنای بهبود عملیات اسیدکاری و کاهش ضریب پوسته نیست، بلکه حداقل ضریب پوسته در یک زاویه خاص ایجاد می‌شود که باید در طراحی چاه‌های جهت‌داری که مخزن آن‌ها حتماً به اسیدکاری نیاز دارد، در نظر گرفته شود.

کلمات کلیدی: اسیدکاری مخزن کربناته، چاه جهت‌دار، گسترش کرمچاله، توزیع فشار ناپایای مخزن، تکمیل

حفره بسته

مقدمه

مخازن کربناته ممکن است در حین عملیات حفاری، تکمیل چاه و یا هنگام بهره‌برداری دچار آسیب شوند که این آسیب باعث کاهش دبی تولیدی از چاه می‌شود [۱]. اسیدکاری گسترده روشی برای بهبود عملکرد جریان ورودی به چاه است. در این عملیات، محلول اسیدی به منظور حل کردن برخی کانی‌ها و بازیابی تراوایی در ماسه‌سنگ‌ها (از بین بردن اثر پوسته) و یا افزایش تراوایی کربناته‌ها در ناحیه نزدیک چاه، با فشار زیر فشار شکست سازند به درون مخزن تزریق می‌شود [۲-۶]. اسیدکاری کربناته‌ها و ماسه‌سنگ‌ها دو دنیای مجزا هستند [۷]. هدف از اسیدکاری کربناته‌ها، پاک‌سازی آسیب سازند در ناحیه نزدیک چاه نیست بلکه ایجاد کرمچاله‌هایی^۱ است که نفت یا گاز بعد از اتمام انگیزش چاه، از طریق آن‌ها جریان یابد. سنگ‌های کربناته که به‌طور عمده از کلسیت و دولومیت تشکیل شده‌اند، به سرعت در ۱۵٪ HCl حل می‌شوند و محصولاتی از واکنش را ایجاد می‌کنند که در آب محلول هستند [۸ و ۹].

پیش‌بینی اسیدکاری کربناته‌ها نسبت به ماسه‌نگی‌ها به دلیل فیزیک پیچیده مسئله، کار بسیار سخت‌تری است [۳]. نرخ انحلال توسط نرخ انتقال جرم اسید به سطح سنگ محدود می‌شود. این مسئله منجر به تشکیل سریع کانال‌هایی با شکل بی‌قاعدگی تحت عنوان کرمچاله می‌شود [۸]. تشکیل کرمچاله‌ها و بهینه‌سازی طول آن‌ها (طولی که با افزایش نرخ تزریق جهت افزایش آن، تغییر چندانی براساس مدل‌های موجود در آن ایجاد نمی‌شود، حال آنکه حجم اسید تزریقی بسیار بالا می‌رود)، یکی از اصلی‌ترین اهداف طراحی عملیات می‌باشد. لذا، فهم درست پارامترهای اثرگذار بر گسترش کرمچاله‌ها، بسیار حائز اهمیت است [۱۰]. ساختار کرمچاله‌ها به موارد متعددی شامل هندسه

جریان، دبی تزریق، کینتیک واکنش و نرخ انتقال جرم بستگی دارد [۳، ۱۱-۱۳]. ایجاد کرمچاله‌ها موضوع بسیاری از مطالعات و مقالات بوده است [۱۴-۱۹].

نرخ تزریق اسید، یکی از مهم‌ترین متغیرهایی است که برای محاسبه میزان پیشروی کرمچاله‌ها در هر مدلی مورد نیاز است. برای شبیه‌سازی گسترش کرمچاله‌ها در ابعاد میدانی که هدف اصلی این پژوهش است، محاسبه نرخ تزریق اسید در هرلایه مخزنی مورد نیاز است که مستلزم حل همزمان معادلات جریان سیال درون چاه و سازند است.

عملیات‌های معمول اسیدکاری گسترده، کمتر از ۶ ساعت به طول می‌انجامد [۸]. بر این اساس بسیاری از محققان از معادلات ناپایای جریان برای مدل‌سازی توزیع فشار در سازند استفاده کرده‌اند [۲۰-۲۲]. روش‌های بسیاری برای آنالیز داده‌های فشاری ناپایای چاه جهت مشخص کردن تراوایی، تخلخل، فشار متوسط و شرایط چاه توسعه داده شده‌اند [۲۳ و ۲۴]. این روش‌ها عمدتاً براساس حل مسئله جریان ناپایا می‌باشند، با این فرض که چاه بر مرزهای بالایی و پایینی لایه عمود می‌باشد و به‌طور کامل در لایه مدنظر نفوذ کرده است [۲۵ و ۲۶]. این درحالی است که در بسیاری از موارد بین خط عمود بر لایه مدنظر و محور چاه زاویه مشخصی است. به این نوع چاه‌ها، چاه جهت‌دار گفته می‌شود [۲۷]. این گونه چاه‌ها برای موارد متعددی کاربرد دارند [۲۸] که برای حفاری چاه‌های چندشاخه‌ای، حفاری عمود بر گسل‌ها، منحرف کردن بخشی از چاه اصلی^۲، عبور از کنار گنبد نمکی، حفاری مخازن چندلایه، حفاری مخازن نزدیک به ساحل از خشکی و ... استفاده می‌شوند [۲۹]. مطالعه توزیع فشار ناپایای ایجاد شده ناشی از یک چاه جهت‌دار توسط سینکو و همکاران [۲۷] مشخص کرده است که زاویه چاهی که به‌طور

1. Wormhole
2. Sidetracking

چاه مشبک کاری شده لزوماً این گونه نیست. - برای جریان درون لوله متخلخل زبری مؤثر دیواره مقدار بسیار کمی با مقدار حقیقی آن متفاوت است اما در جریان درون چاه مشبک کاری شده، به دلیل اثرات مشبکها بر روی جریان سیال در راستای محور چاه (همچون جدایش جریان، جریان حفره‌ای^۴ یا جریان ثانویه)، زبری مؤثر با مقدار حقیقی آن تفاوت قابل توجهی دارد.

در این پژوهش هدف این است که میزان پیشروی کرمچاله‌ها در یک لایه کربناته افقی (شیب لایه=۰) به هنگام تزریق اسید از یک چاه جهت‌دار که به صورت حفره‌باز یا حفره‌بسته تکمیل شده است، پیش‌بینی شود و با استفاده از میزان پیشروی کرمچاله‌ها در هر زمان، تغییرات ضریب پوسته در برابر زمان محاسبه شود.

مدل‌سازی‌های صورت گرفته برای پیش‌بینی گسترش کرمچاله‌ها در کارهای پیشین، صرفاً برای یک لایه مخزنی افقی بدون در نظر گرفتن توزیع سیال در آن (که برای لایه‌های ضخیم بسیار حائز اهمیت است و موضوع بسیاری از اسیدکاری‌های جاری در کشور است) و صرفاً برای یک چاه عمودی است که تنها افت فشار گرانشی در آن‌ها غالب است. حال آنکه در چاه‌های جهت‌دار و افقی، افت فشار اصطکاکی نیز بسیار حائز اهمیت و مؤثر بر میزان گسترش کرمچاله‌ها می‌باشد. همچنین، بسیاری از آنالیزهای چاه‌آزمایی اسیدکاری چاه‌های جهت‌دار، براساس مدل توزیع فشار ناپایای ایجاد شده ناشی از یک چاه عمودی است که باعث خطا در تفسیر میزان واقعی عملکرد عملیات اسیدکاری می‌شود که این موضوع نیز در این پژوهش با در نظر گرفتن یک مدل توزیع فشار ناپایای اصلاح شده برای چاه‌های جهت‌دار بررسی شده است.

کامل در یک لایه وارد شده است، باعث ایجاد ضریب پوسته منفی می‌شود که تابعی از زاویه چاه و ضخامت لایه می‌باشد.

مورد دیگر برای محاسبه نرخ تزریق اسید در هر لایه، محاسبه توزیع فشار به هنگام جریان سیال در چاه است. این بسیار حائز اهمیت است که بدانیم ویژگی‌های جریان سیال در لوله به همراه انتقال جرم از طریق دیواره، با جریان عادی سیال در کانال یا از روی صفحه صاف متفاوت است [۳۰]. از سال ۱۹۰۴ مهندسين مکانیک جریان سیال در کانال‌ها یا لوله، به همراه ورود یا خروج سیال از طریق سطح دیواره را بررسی کردند [۳۱].

همان‌طور که می‌دانیم افت فشار در طول چاه متشکل از سه عبارت شتابی، اصطکاکی و گرانشی می‌باشد اما در مورد لوله متخلخل، یک عبارت اضافه مربوط به ورود یا خروج سیال از طریق دیواره نیز در محاسبه گرادیان فشاری نقش دارد. [۳۰]. جریان سیال در لوله‌هایی با انتقال جرم از طریق دیواره، برای مهندسين نفت جذابیتی نداشته است تا اینکه تکنولوژی چاه‌های افقی به‌طور گسترده از اوایل دهه ۱۹۸۰ وارد صنعت نفت شد. مهم‌ترین تفاوت‌ها بین جریان درون لوله دارای دیواره متخلخل با جریان سیال درون یک چاه افقی به شرح زیر است [۳۰]:

- برای حالت تکمیل چاه حفره باز^۱، مسئله جریان سیال در چاه و جریان سیال درون لوله دارای دیواره متخلخل، به‌طور مفهومی یکسان هستند اما برای حالتی که تکمیل چاه به صورت حفره‌بسته^۲ باشد، جریان سیال از طریق مشبک‌ها^۳ می‌باشد، حال آنکه در مورد لوله دارای دیواره متخلخل، جریان سیال از طریق حفرات موجود روی دیواره می‌باشد که به مثابه حالت مشبک کاری شده با چگالی مشبک بی‌نهایت می‌باشد.

- در حالت لوله دارای دیواره متخلخل، نرخ تزریق سیال از طریق دیواره بسیار کم است که در مورد

1. Open Hole Completion

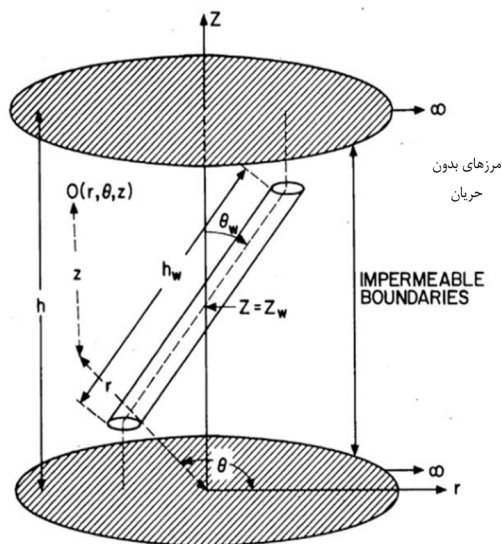
2. Cased-Hole

3. Perforations

۴. Cavity Flow: زمانی که فشار استاتیک جریان سیال به زیر فشار بخار مایع کاهش می‌یابد، در مایع حباب‌هایی بر از بخاری ایجاد می‌شود که به این نوع جریان، جریان حفره‌ای می‌گویند.

تولید با دبی ثابت q_w و نقطه وسط بازه تولیدی چاه در ارتفاع z_w می‌باشد. طول بازه باید در شرایط زیر صدق کند:

$$h_w \leq \frac{h}{\cos \theta_w}; \quad \frac{h_w}{2} \leq \frac{z_w}{\cos \theta_w}; \quad \frac{h_w}{2} \leq \frac{h - z_w}{\cos \theta_w} \quad (2)$$



شکل ۱ سیستم مورد بررسی برای محاسبه توزیع فشار ناپایا در سازند [۲۷].

• تولید چاه با استفاده از یک چشمه خطی^۱ که در محل محور چاه قرار گرفته است، شبیه‌سازی می‌شود.

• مرزهای بالایی و پایینی جریان ندارند. به عبارت دیگر:

$$\frac{\partial P(r, \theta, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial P(r, \theta, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0 \rightarrow \dots \quad (3)$$

• فشار اولیه مخزن P_i و مخزن دارای عملکرد نامحدود است یعنی:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P(r, \theta, z, t) = P_i \rightarrow \dots \quad (4)$$

حل این مسئله با استفاده از حل چشمه نقطه‌ای^۲ [۳۳] و انتگرال‌گیری از آن در طول یک خط به دست می‌آید. در نهایت، فشار بی‌بعد شده متوسط چاهی که به‌طور کامل در لایه مدنظر نفوذ کرده است ($z_{wD} = h_D / 2$, $h_{wD} = h_D / \cos \theta_w$) با انتگرال‌گیری از معادله چشمه خطی جهت‌دار پیوسته در یک

بدین منظور از یک مدل نیمه‌تجربی برای پیشروی کرمچاله‌ها در سازند، یک مدل توزیع فشار ناپایای ایجاد شده درون سازند ناشی از یک چاه جهت‌دار و همچنین، یک مدل تکفازی جریان سیال نیوتنی درون چاه با در نظر گرفتن اثر ورود و خروج سیال از طریق دیواره چاه استفاده شده است تا از حل همزمان معادلات این سه مدل در کنار هم بتوانیم میزان پیشروی کرمچاله‌ها در هر بازه زمانی را به دست آوریم.

مدل‌سازی ریاضی

مدل توزیع فشار ناپایای ایجاد شده ناشی از یک چاه جهت‌دار درون سازند

جریان ناپایا و آرام سیال کمی تراکم‌پذیر درون یک محیط متخلخل همگن و ناهمسانگرد با این فرض که گرادیان فشار در هر جایی از مخزن کوچک است و می‌توان از اثرات گرانشی صرف‌نظر کرد، به‌صورت زیر قابل توصیف می‌باشد [۳۲]:

$$\frac{\partial^2 P(r, \theta, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P(r, \theta, z, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 P(r, \theta, z, t)}{\partial \theta^2} + \frac{k_z}{k_r} \frac{\partial^2 P(r, \theta, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P(r, \theta, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن $\eta = k / \mu \phi c_i$ می‌باشد. در رابطه بالا فرض شده است تراوایی افقی در دو جهت x و y با هم برابر و برابر با k_r می‌باشد (البته این فرض لازم نیست و نتایجی که در ادامه ذکر می‌شود، قابل توسعه به حالت ناهمسانگردی ساده یعنی k_x , k_y و k_z ثابت در همه نقاط ولی دارای مقادیر متفاوت می‌باشد). برای تعریف شرایط مرزی و اولیه، سیستم مشخص شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید:

- یک محیط متخلخل همگن، ناهمسانگرد و بی‌نهایت در جهت افقی با ضخامت h ، تخلخل، تراوایی افقی و عمودی k_r و k_z ، که همگی مستقل از فشار و زمان هستند. سیال کمی تراکم‌پذیر با ویسکوزیته و تراکم‌پذیری کل C_i . طول ناحیه تولیدی چاه برابر h_w شعاع چاه r_w و زاویه چاه با خط عمود بر سازند برابر θ_w می‌باشد. چاه در حال

1. Line Source

2. Point Source Solution

شبهه ضریب پوسته است. این شبهه ضریب پوسته با ضریب پوسته ناشی از آسیب سازند، نفوذ جزئی، مشبکها و یا جریان غیرداریسی جمع می شود و بنابراین اگر براساس آنالیز معمول چاههای عمودی، دادههای چاه آزمایی چاههای جهتدار بررسی شود، مقدار آسیب سازند کمتر از مقدار واقعی به دست می آید.

مدل جریان سیال درون چاه

مدل مورد نیاز برای محاسبه توزیع فشار درون چاه، باید برای جریان تکفاز سیال نیوتنی درون چاههای جهتدار که به صورت حفره باز یا حفره بسته تکمیل شده اند، قابل استفاده باشد. بدین منظور از مدل توسعه داده شده توسط خالد عزیز و همکاران [۳۰] استفاده شده است. مدل آنها، برای جریان تکفازی درون چاه می باشد که علاوه بر افت فشار اصطکاکی، شتابی و گرانشی، افت فشار ناشی از ورود/خروج سیال از طریق دیواره چاه (حفره باز یا مشبکها) را نیز در نظر می گیرد. این مدل برای انواع تکمیل چاه و الگوهای مختلف مشبک کاری قابل استفاده است و به آسانی می تواند به شبیه سازهای مخزن یا مدل های جریان ورودی به چاه اضافه شود.

براساس مطالعات انجام شده توسط خالد عزیز و همکاران [۳۰]، تأثیر ورود/خروج سیال بر افت فشار، بستگی به رژیم جریان درون چاه دارد. برای جریان آرام، اصطکاک دیواره به هنگام ورود سیال افزایش و به هنگام خروج سیال کاهش می یابد حال آنکه در جریان آشفته ورود و خروج سیال اثر معکوسی نسبت به جریان آرام دارد. دلیل این موارد در ذیل آمده است:

• جریان آرام: زمانی که انتقال جرم از طریق دیواره وجود دارد، پروفایل توزیع سرعت سهموی دیگر برای توصیف توزیع سرعت در سطح مقطع لوله مناسب نیست. برای برقراری بقای جرم، به هنگام ورود سیال از دیواره، سرعت متوسط باید افزایش و به هنگام خروج سیال کاهش باید. اگرچه به

مخزن با عملکرد نامحدود روی سطح استوانه ای چاه در زمان بی بعد t_D به صورت زیر به دست می آید:

$$P_D(t_D, \theta'_w, h_D) = \frac{1}{2h_D} \left(\int_0^{t_D} \frac{e^{-\frac{1}{4\tau}}}{\tau} \int_{-\frac{h_D}{2}}^{\frac{h_D}{2}} \exp \left[-\frac{\tan^2 \theta'_w (z + 0.3h_D)^2}{4\tau} \right] \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{h_D^2}} \cos(0.8n\pi) \cos \left(n\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h_D} \right) \right) \right] dz d\tau \right) \quad (5)$$

متغیرهای بی بعد در رابطه بالا به صورت زیر تعریف می شوند:

$$P_D = \frac{k_r \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} h \Delta P}{141.2 q_w \mu B} \quad (6)$$

$$t_D = \frac{0.000264 k_r t}{\mu \phi c_t r_w^2} \quad (7)$$

$$h_D = \frac{h}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} \quad (8)$$

$$z_{wD} = \frac{z_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} \quad (9)$$

$$h_{wD} = \frac{h_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z} \cos^2 \theta_w + \sin^2 \theta_w} \quad (10)$$

$$\theta'_w = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \tan \theta_w \right) \quad (11)$$

معادله (۵) همان معادله ای است که برای محاسبه نرخ تزریق اسید در هر لایه در کنار مدل جریان سیال در چاه، مورد استفاده قرار می گیرد. برای زمان های بدون بعد بزرگ ($t_D > t_{D1}$) که براساس معادله (۱۴) محاسبه می شود، می توان فشار بدون بعد در چاه را براساس رابطه زیر تخمین زد [۲۷]:

$$P_D(t_D, \theta'_w, h_D) \approx \frac{1}{2} (\ln(t_D) + 0.80907) + S_\theta(\theta'_w, h_D) \quad (12)$$

$$S_\theta(\theta'_w, h_D) \approx - \left(\frac{\theta'_w}{41} \right)^{2.06} - \left(\frac{\theta'_w}{56} \right)^{1.865} \log \left(\frac{h_D}{100} \right) \text{ for } 0 \leq \theta'_w \leq 75^\circ \quad (13)$$

$$t_{D1} = \left\lfloor \frac{70}{\frac{25}{3} \left(\frac{h_D}{2} \tan \theta'_w \right)^2} \right\rfloor \quad (14)$$

معادله (۱۲) نشان می دهد که فشار برای یک چاه جهتدار، مجموعی از دو عبارت است: یکی مشابه فشار یک چاه عمودی است که به طور کامل در لایه مدنظر نفوذ کرده باشد و دیگری عبارتی

شرایط هم‌دمای (عدم وجود انتقال حرارت بین سیانند و چاه)

• کار مکانیکی به هنگام جریان سیال در چاه توسط/ روی سیال انجام نمی‌شود.

با این فرضیات، موازنه مومنتوم (با در نظر گرفتن علامت مثبت برای دبی تزریق) به شکل زیر به دست می‌آید [۳۴]:

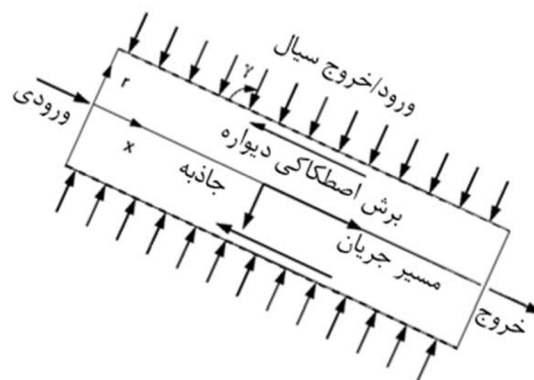
$$\frac{dP}{dl} = -\frac{\rho}{g_c} \frac{d}{dl} \left(\frac{v^2}{B} \right) - \frac{\tau_w S}{A} - \frac{n_{perf} \rho A_{perf}}{\alpha g_c} v_r v_l + \frac{\rho g \Delta TVD}{g_c} \frac{dl}{dl} \quad (15)$$

در معادله بالا ρ چگالی سیال، v سرعت سیال درون چاه، B ضریب تصحیح مومنتوم، τ_w استرس برشی روی دیواره چاه، S سطح مقطع جانبی چاه، A سطح مقطع چاه، n_{perf} چگالی مشبک‌ها، α ضریب تصحیح مومنتوم برای مشبک‌ها، A_{perf} سطح مقطع مشبک‌ها، v_1 و v_r مؤلفه‌های شعاعی و در راستای محور چاه جریان ورودی/خروجی از مشبک‌ها و تغییرات TVD برای طول dl می‌باشد.

معادله (۱۵) نشان می‌دهد که گرادیان فشار کلی، متشکل از گرادیان فشار ناشی از تغییر انرژی جنبشی، گرادیان فشار اصطکاکی، گرادیان فشار ناشی از ورود/ خروج سیال از طریق دیواره (مشبک‌ها) و گرادیان فشار ناشی از نیروی وزن می‌باشد.

از آنجا که جریان در اکثر طول چاه برای اکثر شرایط عملی به صورت آشفته است، انتظار می‌رود ضریب تصحیح مومنتوم (B) برای پروفایل‌های مختلف سرعت ثابت باشد [۳۵]. مقدار این ضریب برای جریان آشفته برابر با ۱ قابل محاسبه است. بنابراین در نظر گرفته شده است. با جایگزین کردن dv/dl با استفاده از موازنه جرم پایا بر بروی المان نشان داده شده در شکل ۲، نوشتن v_1 و v_r مؤلفه‌های شعاعی و در راستای محور چاه جریان ورودی/ خروجی از مشبک‌ها بر اساس زاویه جریان ورودی (γ) و استرس برشی روی دیواره بر اساس ضریب اصطکاکی در معادله (۱۵)، موازنه مومنتوم به شکل زیر قابل باز نویسی است:

هنگام ورود سیال از دیواره لوله، سرعت در تمام سطح مقطع افزایش می‌یابد، اما میزان افزایش آن در نزدیکی دیواره بیشتر از افزایش سرعت نزدیک خط مرکزی لوله می‌باشد. با تفسیر مشابه به هنگام خروج سیال از طریق دیواره (تزریق سیال در چاه)، کاهش سرعت در نزدیکی دیواره لوله شدیدتر است. بنابراین، گرادیان سرعت نزدیک و روی دیواره لوله به هنگام ورود سیال در جریان آرام، افزایش و به هنگام خروج سیال کاهش می‌باشد. در نتیجه، اصطکاک دیواره به هنگام ورود سیال افزایش و به هنگام خروج سیال کاهش می‌یابد (شکل ۲).



شکل ۲ شماتیک چاه مورد استفاده برای مدل جریان سیال در چاه [۳۰].

• جریان آشفته: با ورود سیال به لوله، ضخامت لایه مرزی جریان آشفته افزایش می‌یابد و بنابراین، سرعت در راستای محور خارج از لایه افزایش می‌یابد. اگرچه این مورد باعث کاهش سرعت در لایه مرزی برای برقراری بقای جرم می‌شود. در نتیجه گرادیان سرعت و اصطکاک دیواره در نزدیکی دیواره کاهش می‌یابد. در جهت متقابل، خروج سیال از دیواره باعث کاهش ضخامت لایه مرزی جریان آشفته می‌شود و بنابراین سرعت متوسط در خارج از لایه مرزی کاهش می‌یابد. اما برای برقراری بقای جرم، سرعت در راستای محور و گرادیان آن در لایه مرزی باید افزایش یابد که منجر به افزایش اصطکاک می‌شود.

مدل توسعه داده شده توسط خالد عزیز و همکاران دارای فرضیات زیر می‌باشد:

• سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر، جریان سیال تک‌فاز،

شیمی و فیزیک پایه‌ای مسئله شروع می‌شوند و هر کدام مزایا و معایبی دارند [۱۴، ۳۷-۴۲]. جریان اسید در یک حفره یا شبکه‌ای از حفرات، با انتقال جرم اسید و واکنش آن در دیواره حفره، کوپل می‌شوند. برخی مدل‌ها نیز الگوی فرکتالی (مدل از شکل کرمچاله‌ها که فرض می‌کند ساختار کرمچاله به نحوی است که در مقیاس کوچکتر خودش را تکرار می‌کند. بنابراین با کاهش مقیاس اندازه‌گیری و سنجش طول کرمچاله، با استفاده از بعد فرکتالی می‌توان اندازه کرمچاله در مقیاس بزرگتر را به دست آورد) گسترش کرمچاله‌ها را استخراج می‌کنند و از معادلات تجمع کنترل‌شده از طریق انتقال جرم^۱ برای توصیف رشد کرمچاله‌ها استفاده می‌کنند. این مدل‌ها معمولاً پیچیده هستند و نمی‌توان آن‌ها را به سادگی به‌ویژه در مقیاس میدان اعمال کرد. معمولاً این مدل‌ها برای بازتولید نتایج تست‌های آزمایشگاهی سیلاب‌زنی مغزه با اسید مناسب هستند و برای شرایط واقعی میداین نفت و گاز، رشد کرمچاله‌ها به پارامترهای بسیاری بستگی دارد که اصلاً در این مدل‌ها دیده نشده‌اند. لذا در این پژوهش، از مدل نیمه‌تجربی توسعه‌داده‌شده توسط بوژه و گلسبرگن [۱۰] استفاده شده است. این مدل، مدل نسبتاً ساده‌ای است که شیمی و فیزیک کاربردی مسئله را در نظر می‌گیرد. در این مدل نرخ رشد جبهه کرمچاله تابعی از نرخ تزریق اسید یا به‌طور دقیق‌تر سرعت اسید درون حفرات محاسبه می‌شود. این مدل، یک مدل نیمه‌تجربی است و پارامترهایی نظیر دما، تراوایی، غلظت اسید و کانی‌شناسی، به‌طور صریح وارد مدل نمی‌شوند اما با استفاده از دو ثابت W_B و W_{eff} در مدل شرکت داده می‌شوند. این دو ثابت براساس نتایج آزمایشگاهی تست سیلاب‌زنی مغزه با اسید یا با استفاده از برآزش مدل با نتایج میدانی قابل محاسبه هستند. در شکل پایه، این مدل برای شبیه‌سازی گسترش

$$\frac{dP}{dl} = \frac{2n_{perf} \rho dl}{g_c} \frac{A_{perf}}{A} v_{perf} - 4f \frac{dl}{d} \frac{\rho v^2}{2g_c} - \frac{n_{perf} \rho}{2g_c} \frac{A_{perf}}{A} v_{perf}^2 \sin(2\gamma) + \frac{\rho g}{g_c} \frac{\Delta TVD}{dl} \quad (16)$$

که در آن v_{perf} سرعت سیال درون مشبک‌ها، f ضریب اصطکاک فانیگ و d قطر داخلی چاه می‌باشد. همان‌طور که در این بخش بحث شد، به دلیل وجود هر دو جریان محوری و جریان از طریق مشبک‌ها در چاه، نمی‌توان از روابط موجود برای ضریب اصطکاک جریان درون لوله‌ها، در اینجا استفاده کرد. خالد عزیز و همکاران [۳۰]، روابطی برای محاسبه ضریب اصطکاک فانیگ به هنگام ورود/خروج سیال در رژیم‌های جریانی آرام و آشفته ارائه کردند. چون در این پژوهش، هدف محاسبه پیشروی کرمچاله‌ها به هنگام تزریق اسید می‌باشد، فقط به روابط مربوط به در نظر گرفتن خروج سیال اشاره می‌شود.

بری جریان آرام:

$$f = \frac{16}{N_{Re}} \left(1 - \frac{(-0.0625 N_{Re,w})^{1.3056}}{(N_{Re,w} + 4.626)^{-0.2724}} \right) \quad (17)$$

برای جریان آشفته:

$$f = f_0 \left(1 - 17.5 \frac{N_{Re,w}}{N_{Re}^{0.75}} \right) \quad (18)$$

در روابط بالا، $N_{Re,w}$ عدد رینولدز مربوط به دیواره است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

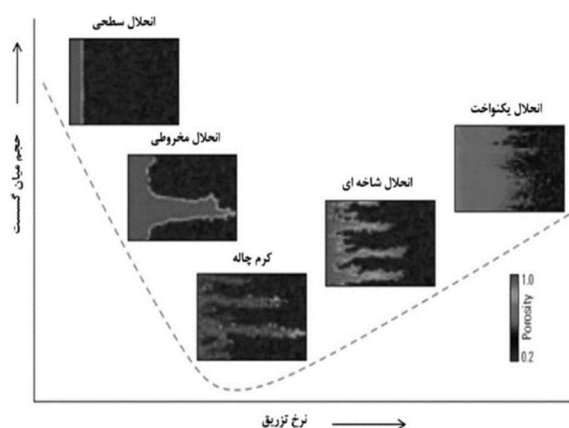
$$N_{Re,w} = \frac{\rho v_{eq} d}{\mu} = \frac{\rho \frac{q_{inj}}{\pi l d} d}{\mu} = \frac{\rho q_{inj}}{\pi \mu l} \quad (19)$$

f_0 ضریب اصطکاک فانیگ بدون در نظر گرفتن ورود/خروج سیال می‌باشد که می‌توان آن را از معادله کلبروک-وایت [۳۶] یا یکی از فرم‌های صریح آن به دست آورد.

مدل نیمه‌تجربی گسترش کرمچاله‌ها در سازند

مدل‌سازی فرآیند ایجاد کرمچاله‌ها کار دشوار و پیچیده‌ای است. بسیاری از مدل‌های منتشرشده با

1. Diffusion Limited Aggregation (DLA)



شکل ۳ نمودار بازدهی اسید حاصل از تست سیلاب زنی مغزه با اسید [۱۳].

زمانی که چاه مشبک کاری شده است، سطح در دسترس برای جریان به مراتب از چاه حفره باز کمتر است. در نتیجه سرعت اسید در حفرات در نزدیکی مشبکها بسیار بیشتر است که اثر به سزایی بر نرخ گسترش کرمچالهها دارد. برای مدل سازی این اثر، فرض می شود که اثر مشبکها در بازه R_{eff} تا $2R_{eff}$ وجود دارد که در آن، R_{eff} شعاع مؤثر چاه ناشی از وجود مشبکهاست [۴۶].

همچنین برای محاسبه ضریب پوسته ناشی از مشبکها نیز از معادلات موجود در مرجع [۴۶] استفاده شده است. حال با داشتن R_{eff} ، برای اعمال اثر وجود مشبکها در نرخ گسترش کرمچالهها، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$S = \begin{cases} \frac{2R_{eff} - R}{R_{eff}} n_{perf} (\pi d_{perf} L_p) h + \frac{R - R_{eff}}{R_{eff}} 2\pi(2R_{eff})h & R_{eff} \leq R \leq 2R_{eff} \\ 2\pi R h & 2R_{eff} \leq R \end{cases} \quad (25)$$

$$v_i = \frac{q_i}{S\phi} \quad (26)$$

تا به اینجا، تمام معادلات مورد نیاز برای شبیه سازی گسترش کرمچالهها در مخزن شامل معادله توزیع فشار درون مخزن، معادله جریان سیال در چاه و معادلات مربوط به سرعت گسترش جبهه کرمچاله، به دست آمد. در بخش بعدی به حل همزمان این معادلات در کنار هم می پردازیم.

کرمچاله در یک ناحیه همگن با تراوایی ثابت، مورد استفاده قرار می گیرد. در واقعیت، اکثر مخازن کربناته ناهمگن هستند. لذا برای استفاده های عملی این مدل، باید با یک شبیه ساز دقیق ناحیه نزدیک چاه کوپل شود تا امکان آنالیز پدیده گسترش کرمچاله در محیط های پیچیده تر نظیر مخازن چندلایه و یا چاه های افقی طولانی فراهم شود [۱۰]. مدل کرمچاله و شبیه ساز نزدیک چاه برای چندسال با موفقیت خوبی استفاده شده اند [۴۳ و ۴۴]. در این مدل نرخ متوسط رشد کرمچالهها با استفاده از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_{wh} = W_{eff} v_i^{2/3} B(v_i) \quad (20)$$

$$B(v_i) = (1 - \exp(-W_B v_i^2))^2 \quad (21)$$

$$W_{eff} = \frac{v_{i,opt}^{1/3}}{PV_{bt,opt}} \quad (22)$$

$$W_B = \frac{4}{v_{i,opt}^2} \quad (23)$$

در رابطه بالا، V_i سرعت سیال در جبهه کرمچالهها و v_{wh} سرعت گسترش جبهه کرمچالهها (نه یک کرمچاله به تنهایی) می باشد. $V_{i,opt}$ و $P_{Vbt,opt}$ به ترتیب سرعت بهینه تزریق سیال و حجم میان شکنی بهینه در آزمایشات سیلاب زنی مغزه با اسید می باشند که با استفاده از نمودار بازدهی اسید (شکل ۳) به دست می آیند. در سرعت های تزریق پائین، اسید فقط به سطح ورودی نفوذ کرده و بقیه نقاط تحت تاثیر اسید قرار نمی گیرد. در سرعت های تزریق بالا، اسید به سرعت از محیط خارج می گردد. در این الگوی انحال قسمت عمده ای از اسید با محیط واکنش نمی دهد [۴۵]. نقطه کمینه در این نمودارها نشان دهنده رژیم گسترش کرمچاله درون مغزه می باشد که در آن به ازای حداقل حجم تزریق اسید، بیشترین بازدهی عملیات اسیدکاری در مخازن کربناته را خواهیم داشت. برای محاسبه V_i در چاه های حفره باز، به نحو زیر عمل می کنیم:

$$v_i = \frac{q_i}{2\pi R_{wh} h\phi} \quad (24)$$

در مقابل زیرلایه شماره ۱ است. با داشتن q_i ها و استفاده از معادلات مربوط به گرادیان فشار چاه و نیز داشتن $P_{wf,1}$ ، می‌توان فشار چاه مقابل سایر زیرلایه‌ها را نیز محاسبه کرد. بنابراین، مجهولات موجود در این مسئله، دبی ورودی سیال به هر زیرلایه و $P_{wf,1}$ می‌باشد. بنابراین اگر تعداد زیرلایه‌ها $n_{sublayers}$ باشد، تعداد مجهولات $n_{sublayers} + 1$ می‌باشد. حال به سراغ معادلات مربوطه می‌رویم.

براساس معادله (۵) می‌توان فشار مقابل زیرلایه i -ام را به صورت زیر نوشت (با در نظر گرفتن ضریب پوسته):

$$P_{wf,i} = P_{initial,i} + q_i \left(IF_i + \frac{141.2\mu B}{k_i h_i} skin_i \right) \quad (27)$$

در رابطه بالا، $P_{initial,i}$ فشار اولیه زیرلایه i -ام، IF_i یک عبارت انتگرالی است که براساس معادله (۵) قابل بازنویسی است و S_i ضریب پوسته زیرلایه i -ام می‌باشد. از طرفی، می‌توان براساس معادلات جریان سیال در چاه، فشار مقابل هر زیرلایه را به صورت زیر نیز محاسبه کرد:

$$P_{wf,i} = P_{wf,1} + \sum_{j=1}^i \frac{1}{2} \left(\frac{dP}{dl} \right)_j \Delta MD_j \quad (28)$$

با برابر قرار دادن معادلات (۲۷) و (۲۸)، می‌توان معادله زیر را برای هر زیرلایه نوشت:

$$F_i(X) = P_{wf,1} + \sum_{j=1}^i \frac{1}{2} \left(\frac{dP}{dl} \right)_j \Delta MD_j - P_{initial,i} - q_i \left(IF_i + \frac{141.2\mu B}{k_i h_i} skin_i \right) \quad (29)$$

بنابراین اگر توزیع نرخ تزریق در هر بازه زمانی بین زیرلایه‌ها درست محاسبه شده باشد، مقدار F_i ها برای زیرلایه‌ها باید برابر با صفر باشد. همچنین با توجه اینکه سیالات تزریقی را تراکم‌ناپذیر فرض کردیم، مجموع نرخ ورودی به زیرلایه‌ها باید برابر با نرخ تزریق باشد. به عبارت دیگر:

$$Q_{inj} = \sum_{j=1}^n q_j \quad (30)$$

بنابراین تعداد معادلات با مجهولات برابر و این مسئله قابل حل می‌باشد.

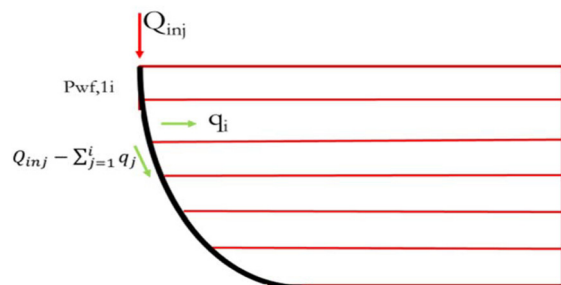
برای حل دستگاه معادلات ذکر شده در بخش ۱-۴-

محاسبه نرخ گسترش کرمچاله‌ها در لایه‌های یک مخزن

دستگاه معادلات مورد نیاز

در این بخش قصد داریم تا معادلات به دست آمده در سه بخش قبلی را با هم کوپل کنیم تا بدین وسیله با استفاده از حل همزمان معادلات جریان سیال در چاه و توزیع فشار درون مخزن، دبی تزریق ورودی به هر لایه و با استفاده از این دبی تزریق، سرعت گسترش جبهه کرمچاله‌ها محاسبه شود.

همان‌طور که در بخش ۱-۲ اشاره شد، معادلات مورد استفاده برای توزیع فشار ناپایای ناشی از یک چاه جهت‌دار، یک‌بعدی هستند و برای استفاده از آن‌ها، باید زاویه چاه ثابت باشد. از آن‌جا که مخازن کربناته مقاومت مناسبی جهت عدم ریزش دارند، لذا امکان اینکه در قسمت افزایش یا کاهش زاویه چاه قرار بگیرند، زیاد است. لذا زاویه چاه در لایه مدنظر می‌تواند تغییر کند. از طرفی برای برقرار بودن شرایط یک‌بعدی، باید ضخامت لایه خیلی کم باشد که معمولاً این فرض نیز نقض می‌شود. بنابراین برای حل این دو مشکل و دقت مناسب معادلات، لازم است لایه موردنظر به تعدادی زیرلایه با ضخامت کمتر شکسته شود تا بتوان زاویه چاه را در هر کدام از آن‌ها با یک عدد متوسط جایگزین کرد و فرض حل یک‌بعدی دقت مناسبی داشته باشد. این رویه در شکل ۴ قابل مشاهده است.



شکل ۴ ساختار زیرلایه‌ها برای تشکیل دستگاه معادلات

همان‌طور که در شکل ۴ مشخص است، q_i دبی ورودی به زیرلایه i -ام، $Q_{inj} - \sum_{j=1}^{i-1} q_j$ دبی عبوری از مقابل زیرلایه i -ام داخل چاه و $P_{wf,1}$ فشار چاه

چاه مورد نظر یک چاه جهت دار می باشد که نمای عمودی آن به همراه محل لایه مخزنی در شکل ۵ قابل مشاهده است. داده های Survey این چاه در جدول ۱ آورده شده است. داده های مربوط به خواص سنگ، سیال تزریقی، سیال مخزنی و مشبکها برای شبیه سازی در حالت حفره بسته در جدول ۲ آورده شده است.

نتایج مربوط به گسترش جبهه کرمچاله ها، پیشروی جبهه اسید و تغییرات ضریب پوسته متوسط لایه مورد بررسی، به ترتیب در شکل های ۶ تا ۸ نشان داده شده است. حال برای مقایسه، همین چاه و لایه مخزنی را مجدداً در نظر می گیریم، با این تفاوت که چاه به صورت حفره باز در لایه مورد بررسی تکمیل شده است. نتایج این شبیه سازی در شکل های ۹ تا ۱۱ نشان داده شده است. همان طور که در بخش های قبلی هم اشاره شد، وجود مشبکها باعث افزایش شدید سرعت جریان در نزدیکی چاه می شود که بر روی پروفایل گسترش کرمچاله ها و در نتیجه تغییرات ضریب پوسته لایه مدنظر اثر قابل توجهی دارد. این موضوع به وضوح در شکل های ۶ تا ۱۱ قابل مشاهده است. در حالتی که چاه به صورت حفره بسته تکمیل شده است، میزان پیشروی کرمچاله ها حدود ۷/۱ cm شده است. از حالت تکمیل حفره باز بیشتر می باشد (شکل ۱۲). همچنین، این موضوع باعث کاهش بیشتر ضریب پوسته در حالت حفره بسته شده است، به نحوی که در حالت حفره باز ضریب پوسته به حدود ۰/۵ رسیده است، بدین معنی که هنوز بعد از زمان حدود ۶ ساعت که زمان معمول یک عملیات اسیدکاری است، کرمچاله ها از ناحیه آسیب دیده عبور نکرده و به ناحیه مخزنی نرسیده اند. بنابراین، نتیجه مطلوب عملیات اسیدکاری در حالت حفره باز ایجاد نشده است (شکل ۱۳)، حال آنکه در حالت حفره بسته به دلیل وجود مشبکها، ضریب پوسته به میزان ۰/۵- رسیده است که این یعنی عملیات اسیدکاری موفق بوده است و کرمچاله ها از ناحیه آسیب دیده عبور کرده اند و ارتباط چاه با مخزن برقرار شده است.

۲. ابتدا بردار مجهولات را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$X = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n_{\text{unknown}}} \\ P_{wf,1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

در اینجا برای حل دستگاه معادلات از روش نیوتن-رافسون به صورت زیر استفاده می شود:

$$X^{k+1} = X^k - J^{-1} F(X^k) \quad (32)$$

در رابطه بالا، k نشان دهنده مرحله تکرار در روش نیونن-رافسون، J ماتریکس ژاکوبی و F بردار متشکل از معادلات (۲۹) و (۳۰) می باشد. جهت افزایش دقت و سرعت محاسبات، ماتریس ژاکوبی با وجود تمام پیچیدگی های موجود، به صورت کاملاً تحلیلی محاسبه شده است. این معادلات برای محاسبه دبی تزریق ورودی به هر زیر لایه برای حالتی که چاه مورد بررسی به صورت حفره بسته تکمیل شده باشد، مورد استفاده قرار می گیرند. برای حالتی که چاه به صورت حفره باز تکمیل شده باشد، گویا چگالی مشبکها بی نهایت شده است. با وارد کردن این مورد در رابطه (۱۶)، عبارت دوم در سمت راست این معادله که مربوط به گرادین فشار ناشی از ورود سیال از طریق مشبکها است، حذف می شود و بنابراین در عبارات مربوط به مشتق نیز ظاهر نمی شود. با این تصحیح ساده، این مدل قابلیت استفاده در چاه های تکمیل شده به صورت حفره باز را نیز دارد.

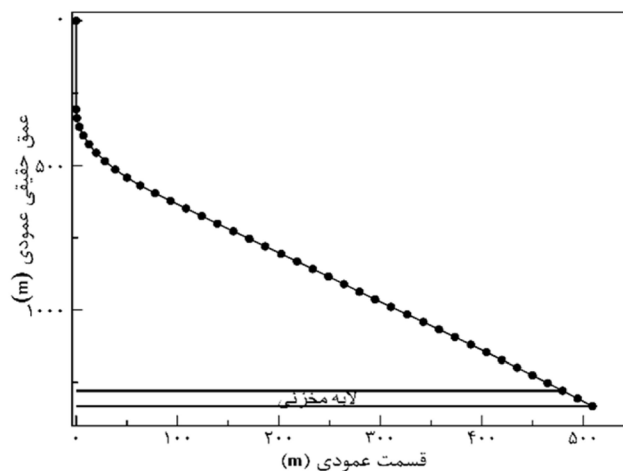
نتایج و بحث

مقایسه پروفایل پیشروی کرمچاله در دو نوع تکمیل حفره باز و حفره بسته یک چاه جهت دار

در این قسمت قصد داریم تا نتایج حاصل از مدل سازی پیشروی جبهه کرمچاله ها و تغییر ضریب پوسته در یک لایه مخزنی افقی (شیب لایه = ۰) دارای یک چاه جهت دار را برای دو حالت تکمیل حفره باز و حفره بسته با هم مقایسه کنیم. بدین منظور ابتدا به ذکر مشخصات چاه و مخزن می پردازیم.

جدول ۱ داده‌های Survey چاه مورد بررسی در حالت تکمیل حفره‌باز و حفره‌بسته.

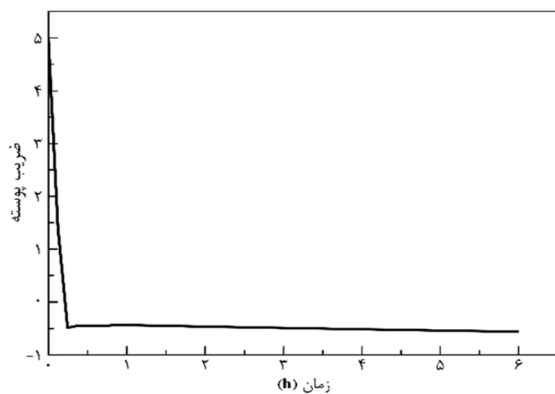
عمق حفار (m)	آزیموت (°)	زاویه چاه (°)	عمق حفار (m)	آزیموت (°)	زاویه چاه (°)
۰	۰	۰	۸۹۳/۹۲	۲۲	۳۰/۶
۳۰۴/۸	۰	۰	۹۱۴/۴	۲۲/۵	۳۰/۵
۳۳۵/۲۸	۲۱/۷	۳	۹۴۴/۸۸	۲۳/۹	۳۰/۴
۳۶۵/۷۶	۲۶/۵	۶	۹۷۵/۳۶	۲۴/۵	۳۰
۳۹۶/۲۴	۲۳/۳	۹	۱۰۰۵/۸۴	۲۴/۹	۳۰/۲
۴۲۶/۷۲	۲۰/۳	۱۲	۱۰۳۶/۳۲	۲۵/۷	۳۱
۴۵۷/۲	۲۳/۳	۱۵	۱۰۶۶/۸	۲۵/۵	۳۱/۱
۴۸۷/۶۸	۲۳/۹	۱۸	۱۰۹۷/۲۸	۲۴/۴	۳۲
۵۱۸/۱۶	۲۴/۴	۲۱	۱۱۲۷/۷۶	۲۴	۳۰/۸
۵۴۸/۶۴	۲۳/۴	۲۴	۱۱۵۸/۲۴	۲۲/۳	۳۰/۶
۵۷۹/۱۲	۲۳/۷	۲۷	۱۱۸۸/۷۲	۲۱/۷	۳۱/۲
۶۰۹/۶	۲۳/۳	۳۰	۱۲۱۹/۲	۲۰/۸	۳۰/۸
۶۴۰/۰۸	۲۲/۸	۳۰/۲	۱۲۴۹/۶۸	۲۰/۸	۳۰
۶۷۰/۵۶	۲۲/۵	۳۰/۴	۱۲۸۰/۱۶	۱۹/۸	۲۹/۷
۷۰۱/۰۴	۲۲/۱	۳۰/۳	۱۳۱۰/۶۴	۲۰/۸	۲۹/۸
۷۳۱/۵۲	۲۲/۴	۳۰/۶	۱۳۴۱/۱۲	۲۱/۱	۲۹/۵
۷۲۶	۲۲/۵	۳۱	۱۳۷۱/۶	۲۰/۸	۲۹/۲
۷۹۲/۴۸	۲۱/۶	۳۱/۲	۱۴۰۲/۰۸	۲۰/۶	۲۹
۸۲۲/۹۶	۲۰/۸	۳۰/۷	۱۴۳۲/۵۶	۲۱/۴	۲۸/۷
۸۵۳/۴۴	۲۰/۹	۳۱/۴	۱۴۶۳/۰۴	۲۱/۲	۲۸/۵



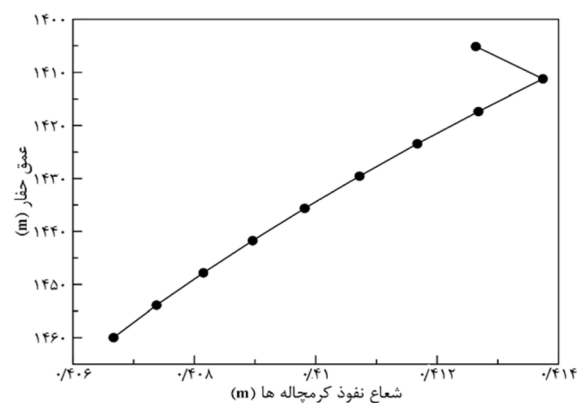
شکل ۵ نمای عمودی چاه در کنار محل لایه مخزنی

جدول ۲ داده‌های سیال تزریقی، سیال مخزنی، خواص سنگ و مشبک‌ها

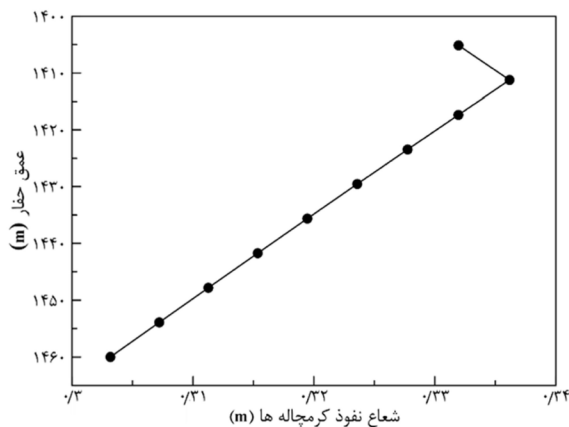
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
ضریب پوسته	۵	MD بالای لایه	۱۴۰۲/۰۸ m
شعاع آسیب‌دیده	۰/۶۰۹۶ m	MD پایین لایه	۱۴۶۳/۰۴ m
K_h	$۹/۸۷E-۱۴ m^2$	تعداد زیرلایه‌ها	۱۰
K_v	$۹/۸۷E-۱۴ m^2$	قطر چاه	۰/۱۵۶۲۱ m
تخلخل	۰/۱۵	قطر لوله جداری	۰/۱۱۴۳ m
C_t	$۱/۴۵۰۷۸E-۹ ۱/Pa$	چگالی مشبک‌ها	۳۳ shot/m
ویسکوزیته سیال تزریقی	۰/۰۱۵ Pa.s	قطر ورودی مشبک‌ها	۰/۰۵۰۸ m
دانسیته سیال تزریقی	$۱۰۷۵ kg/m^3$	طول تونل مشبک‌ها	۰/۱۷۷۸ m
دانسیته نفت	$۸۰۰ kg/m^3$	زاویه فازی	۹۰°
فشار اولیه لایه	۲۴۱۲۵۰۰۰ Pa	تراوایی ناحیه له‌شده اطراف مشبک‌ها	$۳/۹۴۸E-۱۴ m^2$
$V_{i,opt}$	۰/۰۰۰۱۶۳۶ m/s	شعاع ناحیه له‌شده اطراف مشبک‌ها	۰/۰۱۰۱۶ m
$PV_{bt,opt}$	۰/۵۵	زبری مطلق	۰/۰۰۰۰۴۶ m



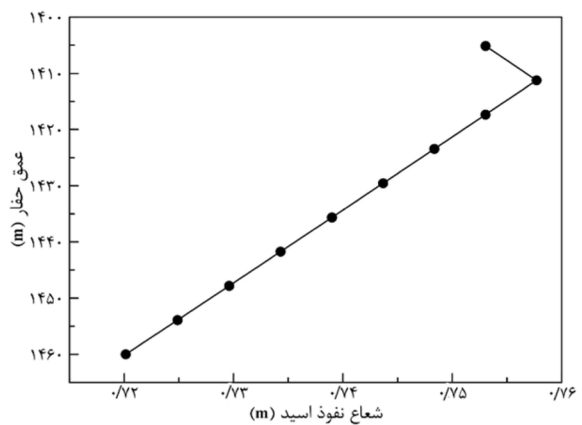
شکل ۸ تغییرات ضریب پوسته در برابر زمان برای لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌بسته



شکل ۶ پروفایل گسترش کرمچاله‌ها در لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌بسته



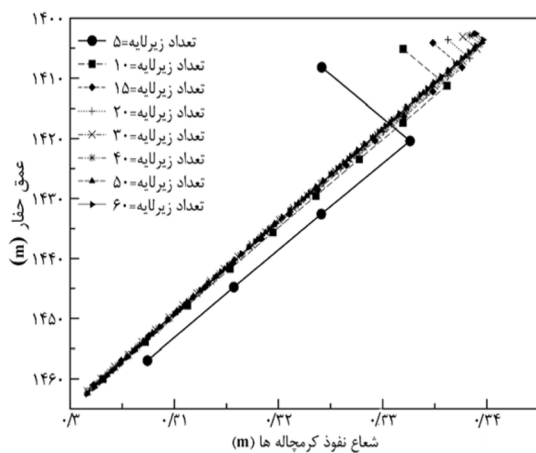
شکل ۹ پروفایل گسترش کرمچاله‌ها در لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌باز



شکل ۷ پروفایل پیشروی جبهه اسید در لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌بسته

آنالیز حساسیت‌سنجی بر روی تعداد زیرلایه‌ها

در این بخش قصد داریم تا اثر تعداد زیرلایه‌ها بر دقت محاسبات پروفایل پیشروی کرمچاله‌ها را بررسی کنیم. بدین منظور مخزن و چاه تکمیل‌شده به‌صورت حفره‌باز در بخش ۱-۳ را در نظر گرفته و پروفایل پیشروی کرمچاله را برای تعداد ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ زیرلایه به‌دست می‌آوریم. میزان پیشروی کرمچاله در برابر عمق میانی زیرلایه‌ها در شکل ۱۴ نشان داده شده است.



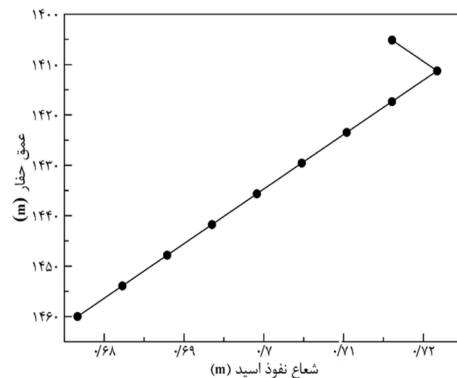
شکل ۱۴ پروفایل پیشروی کرمچاله‌ها برای تعداد مختلف زیرلایه‌ها

همان‌طور که در شکل ۱۴ مشخص است، پروفایل پیشروی کرمچاله‌ها برای تعداد زیرلایه‌های بیشتر از ۲۰ عدد، تغییر چندانی نکرده است و بیشینه پیشروی از حدود ۳۳/۸۳ cm به ۳۳/۹۶ cm رسیده است. جهت بررسی میزان تغییرات متوسط ایجادشده در پروفایل گسترش کرمچاله‌ها، از خطای مجذور میانگین مربعات (RMSE) استفاده می‌کنیم. این خطا به شکل زیر محاسبه می‌شود:

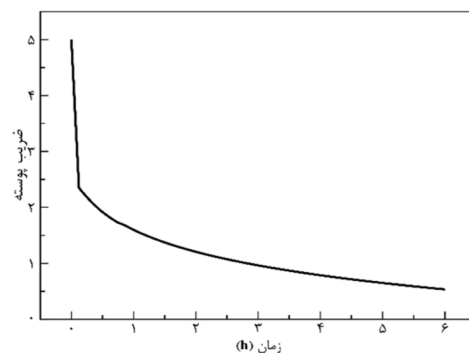
$$RMSE (\%) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{sublayers}} \left(\frac{R_{wh,i}^j - R_{wh,i}^{j-1}}{R_{wh,i}^j} \right)^2}{n_{sublayers}^{j-1}}} \quad (33)$$

در رابطه (۳۳)، i شمارنده برای مجموع بر روی تمامی زیرلایه‌ها و z نشان‌دهنده تعداد زیرلایه‌ها در مرحله فعلی آنالیز حساسیت‌سنجی می‌باشد. برای مثال

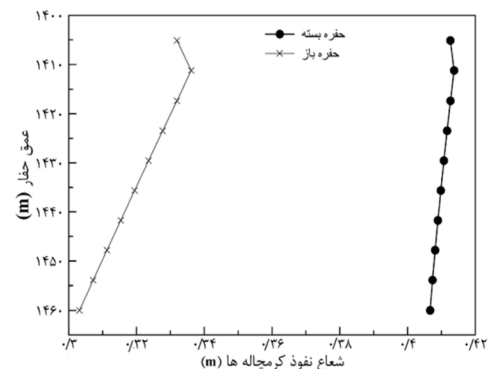
برای تغییر تعداد زیرلایه‌ها از ۵ به ۱۰، $n_{sublayers}^{j-1}$



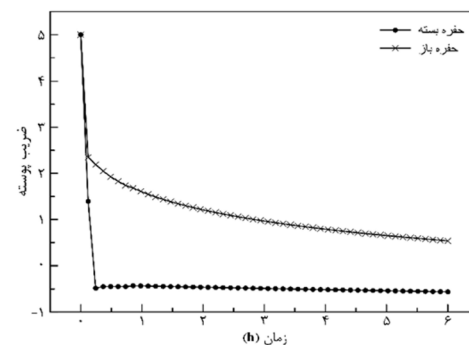
شکل ۱۰ پروفایل پیشروی جبهه اسید در لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌باز



شکل ۱۱ تغییرات ضریب پوسته در برابر زمان برای لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌باز



شکل ۱۲ مقایسه پروفایل گسترش کرمچاله‌ها در لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌باز و حفره‌بسته



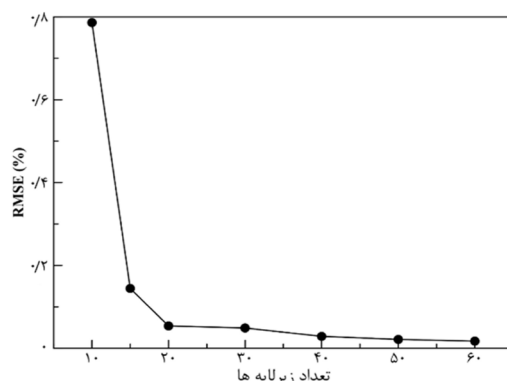
شکل ۱۳ مقایسه ضریب پوسته در برابر زمان برای لایه مورد بررسی در حالت تکمیل چاه حفره‌باز و حفره‌بسته

سرعت کافی جهت مدل سازی است.

اثر زاویه چاه بر روی میزان پیشروی کرمچاله‌ها

به عنوان آخرین بخش، در این قسمت قصد داریم تا اثر تغییر زاویه چاه بر روی میزان پیشروی کرمچاله‌ها را بررسی کنیم. بر این اساس لازم است تا زاویه چاه در لایه مدنظر ثابت بماند تا تنها اثر زاویه چاه را بررسی کنیم. بدین منظور فرض می‌کنیم لایه‌ای در TVD بین ۱۸۲۸/۸ تا ۱۸۸۹/۷۶ m قرار دارد و چاه J-Shape با زاویه‌های متفاوتی به این لایه وارد می‌شود. مشخصات مشترک این چاه‌ها در جدول ۳ آمده است. نمای عمودی چاه‌های مورد بررسی در شکل ۱۶ قابل مشاهده است. همان‌طور که از شکل ۱۶ مشخص است، چاه‌ها به نحوی طراحی شده‌اند که لایه مخزنی در قسمت زاویه ثابت آن‌ها باشد. مشخصات سیال مخزنی، تزریقی و لایه مخزنی، همان موارد ذکر شده در بخش ۱-۳ و تعداد زیرلایه‌های در نظر گرفته شده ۲۰ می‌باشد و چاه به صورت حفره‌باز تکمیل شده است. نتایج تغییر میزان پیشروی کرمچاله در برابر TVD میانی زیرلایه‌ها در شکل ۱۷ قابل مشاهده است.

برابر با ۵ می‌باشد. بدین ترتیب می‌توان میزان خطای ایجاد شده با افزایش تعداد زیرلایه بین دو مرحله متوالی از آنالیز حساسیت‌سنجی را به دست آورد. نمودار RMSE در برابر تعداد زیرلایه‌ها در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

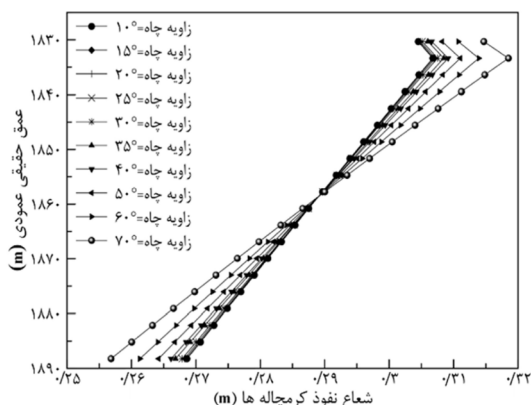


شکل ۱۵ نمودار خطای ایجاد شده با تغییر تعداد زیرلایه‌ها

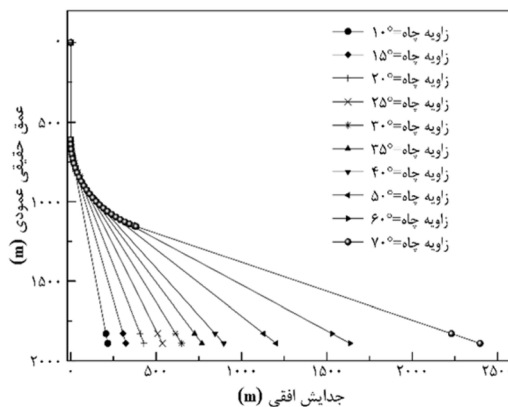
همان‌طور که در شکل ۱۵ مشخص است، تعداد زیرلایه بیشتر از ۲۰ بهبود چندانی در محاسبات ایجاد نکرده است، اما با افزایش تعداد زیرلایه‌ها، زمان انجام محاسبات نیز افزایش می‌یابد. بنابراین برای این مورد، تعداد ۲۰ زیرلایه دارای دقت و

جدول ۳ داده‌های مشترک چاه‌های J-Shape مورد استفاده در آنالیز حساسیت‌سنجی بر روی زاویه چاه

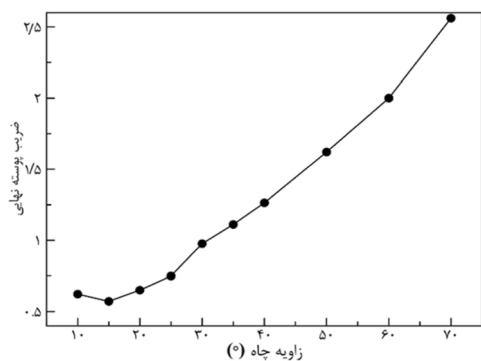
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
آزیموت هدف	۰°	نقطه شروع تغییر زاویه	۶۰۹/۶ m
نرخ افزایش زاویه چاه	۲/۹۵۳ °/۳۰ m	هدف TVD	۱۸۲۸/۸ m
TVD نهایی	۱۸۸۹/۷۶ m		



شکل ۱۷ تغییر میزان پیشروی کرمچاله در برابر TVD میانی زیرلایه‌ها بر اثر تغییر زاویه چاه



شکل ۱۶ نمای عمودی چاه‌های مورد استفاده در آنالیز حساسیت‌سنجی بر روی زاویه چاه

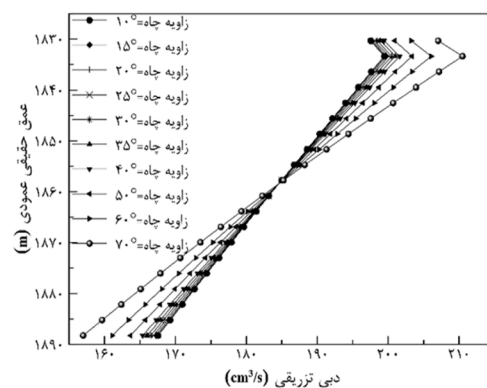


شکل ۱۹ اثر تغییر زاویه چاه بر ضریب پوسته نهایی لایه مورد بررسی

نتیجه گیری

در این پژوهش، مدلی برای اسیدکاری چاه‌های جهت‌دار که به صورت حفره‌باز یا حفره‌بسته در مخازن کربناته تکمیل شده‌اند، ارائه شد. این مدل حاصل از حل همزمان معادلات توزیع فشار ناپایا در مخزن-که چاهی به صورت جهت‌دار وارد آن شده است- و معادلات جریان سیال در چاه‌های جهت‌دار می‌باشد که در نتیجه آن، توزیع دبی تزریقی اسید در لایه مدنظر محاسبه می‌شود. از این توزیع دبی برای محاسبه میزان پیشروی کرمچاله‌ها در لایه مورد بررسی با استفاده از مدل نیمه تجربی بویجس و در نهایت محاسبه ضریب پوسته حاصل از عملیات اسیدکاری استفاده می‌شود. مدل مورد استفاده، اثر ورود و خروج سیال بر جریان سیال درون چاه از طریق مشبک‌ها را در رژیم جریانی آرام و آشفته نیز در نظر می‌گیرد. براساس نتایج به‌دست‌آمده، میزان پیشروی کرمچاله‌ها در لایه مخزنی با افزایش عمق کاهش می‌یابد و تکمیل حفره بسته، به دلیل وجود مشبک‌ها و افزایش شدید سرعت جریان در نزدیکی چاه، باعث افزایش پیشروی کرمچاله‌ها و در نتیجه بهبود عملیات اسیدکاری مخازن کربناته در مقایسه با تکمیل حفره‌باز می‌شود. قبل از انجام شبیه‌سازی لازم است تا آنالیز حساسیت بر روی تعداد زیرلایه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی انجام شود تا تعداد بهینه آن‌ها (در اینجا ۲۰ عدد) به منظور دقت و سرعت مناسب محاسبات به دست آید. افزایش زاویه چاه اگرچه تا یک عمق

همان‌طور که در شکل ۱۷ قابل مشاهده است، با افزایش زاویه چاه از ۱۰ به ۷۰°، تا عمق حدود ۱۸۵۹ m میزان پیشروی کرمچاله‌ها افزایش و در عمق‌های بیشتر، کاهش یافته است. دلیل این موضوع روند مشابه تغییرات توزیع دبی تزریقی بین زیرلایه‌هاست که در شکل ۱۸ قابل مشاهده است. از آنجا که TVD زیرلایه‌ها در تمامی موارد مورد بررسی ثابت است، با افزایش زاویه چاه، افت فشار اصطکاکی بسیار بیشتر می‌شود و این موضوع باعث افت فشار در مقابل زیرلایه‌ها می‌شود. براساس معادله (۲۷)، دبی تزریقی ورودی به زیرلایه‌ها تابعی از مقدار ضریب پوسته، فشار مقابل هر زیرلایه در چاه و نیز فرمول انتگرالی آن زیرلایه (IF_i) که از معادله (۵) یا (۱۲) به دست می‌آید و خود تابعی از زاویه چاه است)، می‌باشد. بنابراین تابعیت مقدار نفوذ کرمچاله‌ها در هر زیرلایه از زاویه چاه‌ها، تابعیت پیچیده‌ای است که در نهایت منجر به ایجاد شکل ۱۸ شده است.



شکل ۱۸ اثر تغییر زاویه چاه بر توزیع دبی تزریقی

در نهایت اثر تغییر زاویه چاه بر مقدار ضریب پوسته نهایی لایه مورد بررسی در شکل ۱۹ نشان داده شده است. براساس شکل ۱۹، افزایش زاویه چاه باعث ایجاد حداقل ضریب پوسته در زاویه ۱۵° شده است. بنابراین لزوماً افزایش زاویه چاه باعث بهبود عملیات اسیدکاری نمی‌شود و این موضوع در طراحی چاه‌های جهت‌داری که حتماً مخزن آن‌ها نیاز به اسیدکاری دارد، باید مدنظر قرار گیرد.

را دارد که باید در طراحی چاه‌های جهت‌داری که مخزن آن‌ها حتماً به اسیدکاری نیاز دارد، در نظر گرفته شود. خاص می‌تواند باعث افزایش پیشروی کرمچاله‌ها شود، اما در نهایت یک زاویه بهینه چاه وجود دارد که در آن میزان ضریب پوسته حداقل مقدار خود

مراجع

- [1]. Teimouri A, Sadeghnejad S, Saeedi Dehaghani A H (2020) Experimental investigation of acid injection on fracture opening in calcite and dolomite reservoirs, *Journal of Petroleum Research*, 30, 99-2: 3-13.
- [2]. Al Jawad M S H (2018) Development of a fully integrated acid fracture model (Doctoral dissertation).
- [3]. Guo B (2015) *Petroleum production engineering, a computer-assisted approach*, Elsevier.
- [4]. Schön J H (2015) *Physical properties of rocks: Fundamentals and principles of petrophysics*, Elsevier.
- [5]. Wu Y, Kou J, Sun S, Wu Y S (2021) Thermodynamically consistent Darcy–Brinkman–Forchheimer framework in matrix acidization, *Oil and Gas Science and Technology–Revue d'IFP Energies Nouvelles*, 76: 8.
- [6]. Sheikhi Bojani F, Ramezanzadeh A, Lotfi M (2021) Determining the appropriate rate of acid injection in carbonate formations to increase permeability, *Journal of Petroleum Research*, 31, 117: 124-145.
- [7]. Economides M, Nolte K (1989) *Reservoir stimulation: Schlumberger Educational Services*, Houston, TX.
- [8]. Crowe C, Masmonteil J, Thomas R (1992) Trends in matrix acidizing, *Oilfield Review*, 4, 4: 24-40.
- [9]. NazariSaram M, Moradi M H (2021) Simulation of weak and strong acids injection into a carbonate formation: case study of acidizing in two hydrocarbon layers of an oil field, South-West of Iran, *Journal of Petroleum Research*, 31, 1400-5: 114-126.
- [10]. Buijse M A, Glasbergen G (2005) A semi-empirical model to calculate wormhole growth in carbonate acidizing, in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers.
- [11]. Aldhayee K, Ali M T, Nasr-El-Din H A (2018) Acid wormholing in multistage acid fractured wells completed in tight naturally fractured dolomite formation: benefits and impacts on acid fracturing stimulation design, in *SPE International Hydraulic Fracturing Technology Conference and Exhibition*, OnePetro.
- [12]. Schwalbert M P, Zhu D, Hill A D (2019) Anisotropic-wormhole-network generation in carbonate acidizing and wormhole-model analysis through averaged-continuum simulations, *SPE Production and Operations*, 34, 01: 90-108.
- [13]. Hosseinzadeh B, Ayatollahi S, Rostami B, Bazargan M (2018) Modeling the Impact of diverting agents on acidization of heterogeneous carbonate reservoir based on radial system, *Journal of Petroleum Research*, 28, 97-5: 4-14.
- [14]. Akanni O, Nasr-El-Din H (2015) The accuracy of carbonate matrix-acidizing models in predicting optimum injection and wormhole propagation rates, in *SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference*, OnePetro.
- [15]. Daccord G, Lietard O, Lenormand R (1993) Chemical dissolution of a porous medium by a reactive fluid—II. Convection vs reaction, behavior diagram, *Chemical Engineering Science*, 48, 1: 179-186.
- [16]. Fredd C, Tjia R, Fogler H (1997) The existence of an optimum damkohler number for matrix stimulation of carbonate formations, in *SPE European Formation Damage Conference*, OnePetro.
- [17]. Furui K, Burton R C, Burkhead D W, Abdelmalek N A, Hill A D, Zhu D, Nozaki M (2012) A Comprehensive model of high-rate matrix-acid stimulation for long horizontal wells in carbonate reservoirs: Part I—scaling up core-level acid wormholing to field treatments, *SPE Journal*, 17, 01: 271-279.
- [18]. Glasbergen G, Kalia N, Talbot M S (2009) The optimum injection rate for wormhole propagation: myth or reality?, in *8th European Formation Damage Conference*, OnePetro.
- [19]. Williams B, Gidley J, Schechter R (1979) *Acidizing Fundamentals*, Monograph Volume 6, SPE-AIME Henry L. Doherty Series, Dallas, 16-17.
- [20]. Behenna F (1994) Interpretation of matrix acidizing treatments using a continuously monitored skin factor, in *SPE Formation Damage Control Symposium*, Society of Petroleum Engineers.
- [21]. Montgomery C, Jan Y M, Niemeyer B (1995) Development of a matrix acidizing stimulation treatment evaluation and recording system (MASTERS). *SPE Production and Facilities*, 10, 04: 219-224.
- [22]. Prouvořt L P, Economides M J (1987) Real-time evaluation of matrix acidizing treatments, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1, 2: 145-154.
- [23]. Horner D R (1951) Pressure build-up in wells, in *3rd World Petroleum Congress*, World Petroleum Congress.
- [24]. Matthews C, Brons F, Hazebroek P (1954) A method for determination of average pressure in a bounded reservoir, *Transactions of the AIME*, 201, 01: 182-191.

- [25]. Kochina P (1949) Theory of ground water movement, 1962.
- [26]. Van Everdingen A, Hurst W (1949) The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs, *Journal of Petroleum Technology*, 1, 12: 305-324.
- [27]. Cinco H, Miller F, Ramey H (1975) Unsteady-state pressure distribution created by a directionally drilled well, *Journal of Petroleum Technology*, 27, 11: 1392-1400.
- [28]. Fattahi H (2018) An estimation of required rotational torque to operate horizontal directional drilling using rock engineering systems, *Journal of Petroleum Science and Technology*, 8, 1: 82-96.
- [29]. Carden R S, Grace R D (1998) Horizontal and directional drilling, Tulsa, Oklahoma, 2007.
- [30]. Liangbiao O, Sepehr A, Khalid A (1998) A single-phase wellbore-flow model for horizontal, vertical and slanted wells, *SPE Journal*, 3, 02: 124-133.
- [31]. Schlichting H (1987) Boundary layer theory (seventh english edition), New York, McGraw-Hill Book Co.
- [32]. Matthews C S, Russell D G (1967) Pressure buildup and flow tests in wells, 1: Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME.
- [33]. Ley H C (1974) Unsteady-state pressure distributions created by a slanted well, or a well with an Inclined Fracture, Stanford University.
- [34]. Ouyang L B, Arbabi S, Aziz K (1997) General single phase wellbore flow model. No. DOE/BC/14862-T1. Stanford Univ., CA (United States). Dept. of Petroleum Engineering.
- [35]. Ouyang L B, Aziz K (1996) Steady-state gas flow in pipes, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 14, 3-4: 13, 7-158.
- [36]. Gregory G A, Fogarasi M (1985) Alternate to standard friction factor equation, *Oil and gas journal*, 83, 13: 120-127.
- [37]. Cheng H, Schwalbert M P, Hill A D, Zhu D (2019) A fundamental model for wormhole formation including multiphase flow, in 11th International Petroleum Technology Conference, European Association of Geoscientists and Engineers.
- [38]. Daccord G, Touboul E, Lenormand R (1989) Carbonate acidizing: toward a quantitative model of the wormholing phenomenon, *SPE Production Engineering*, 4, 01: 63-68.
- [39]. Fredd C (2000) Dynamic model of wormhole formation demonstrates conditions for effective skin reduction during carbonate matrix acidizing, in SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Society of Petroleum Engineers.
- [40]. Mahmoodi A, Javadi A, Sola B S (2018) Porous media acidizing simulation: New two-phase two-scale continuum modeling approach, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 166: 679-692.
- [41]. Panga M K, Balakotaiah V, Ziauddin M (2002) Modeling, simulation and comparison of models for wormhole formation during matrix stimulation of carbonates, in SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers.
- [42]. You J, Lee K J (2020) Analyzing the dynamics of mineral dissolution during acid fracturing by pore-scale modeling of acid-rock interaction, in SPE Improved Oil Recovery Conference, OnePetro.
- [43]. Glasbergen G, Glasbergen G (2005) Field validation of acidizing wormhole models, in SPE European Formation Damage Conference, Society of Petroleum Engineers.
- [44]. Nitters G, Roodhart L, Jongma H, Yeager V, Buijse M, Fulton D, Jantz E (2000) Structured approach to advanced candidate selection and treatment design of stimulation treatments, in SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers.
- [45]. Khomehchi E, Tabasy M, Dashtakipour S (2016) An Experimental investigation of the effect of magnetic acid injection for increasing carbonate core permeability and comparison with regular acid, *Journal of Petroleum Research*, 25, 85-1: 128-141.
- [46]. Karakas M, Tariq S M (1991) Semianalytical productivity models for perforated completions, *SPE Production Engineering*, 6, 01: 73-82.



Calculating Wormhole Propagation and Skin Factor in Carbonate Reservoirs during Directional Wells Acidizing

Mohammad Mehdi Kardooni* and Saied Jamshidi

Chemical and Petroleum Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

jamshidi@sharif.edu

DOI: 10.22078/PR.2021.4567.3059

Received: July/30/2021

Accepted: November/23/2021

Introduction

Matrix acidizing is a technique for improving well inflow performance. In the treatment, acid solution is injected into the formation to dissolve some of the minerals to retrieve permeability of sandstones (removing skin) or increase permeability of carbonates near the wellbore [1-4]. Removing near wellbore damage is not the purpose of carbonate acidizing but to create wormholes from which oil or gas will flow after end of the stimulation [5]. Wormholes generation and optimizing their length is one of the main goals of treatment design [6]. Wormholes structure depends on various parameters including: flow geometry, injection rate, reaction kinetics and mass transfer rate [2, 7, 8]. Wormhole creation was studied by many authors [9-13]. Acid injection rate is one of the most important parameters required to calculate wormhole propagation in each of the models. For field scale simulation of wormhole propagation which is the purpose of this study, it is required to calculate acid injection rate in all reservoir layers that depends on simultaneous solution of flow equation in wellbore and formation.

Common acidizing treatments last for less than 6 hours [5]. Thus, many researchers used unsteady state flow equations to obtain pressure distribution in reservoir [14-16]. In many cases, there exists an angle between wellbore axis and perpendicular line to the formation. These kinds of wells are known as “directional well” [17] which are used for various purposes including: mute-lateral wells, fault drilling, side-tracking, bypassing salt domes, drilling multi-layers reservoirs, drilling inaccessible locations and etc [18]. Study

of the unsteady-state pressure distribution created by a directional well by Cinco et al has shown that deviation of a wellbore fully penetrated into a layer causes a negative skin factor which is a function of the inclination and layer thickness [17].

Another important factor controlling acid injection rate in each reservoir layer is pressure distribution inside the wellbore. It is essential to know that features of pipe flow with mass transfer are completely different from channel or plate flow which has a term related to wall inflow/outflow for calculating pressure gradient in excess of the acceleration, frictional and gravitational components [19].

In this study, we aim to calculate wormhole propagation in a horizontal carbonate layer (bed dip=0) during a directional well acidizing that is cased-hole or open-hole and finally calculating skin factor evolution with time. For this purpose, a semi empirical wormhole propagation model in formation is coupled with a model for unsteady-state pressure distribution in the formation caused by a directionally drilled well and a model for single phase Newtonian fluid flow inside wellbore considering wellbore wall inflow/outflow.

Previous wormhole propagation studies considered only a single horizontal layer without incorporating the effect of fluid distribution across it (which is of great importance for thick layers), and they are only applicable to vertical wells in which gravitational pressure drop is dominant. However, in directional and horizontal wells, frictional pressure drop is very significant and will affect wormhole propagation greatly. Also, lots of the acidizing analysis of

directional wells are based on the unsteady-state pressure distribution caused by a vertical well which in turn raise an error in interpretation of the acidizing job performance. This subject is also investigated here using a modified unsteady-state pressure distribution model for deviated wells.

Materials and Methods

Unsteady-State Pressure distribution in the Formation Caused by a Directionally Drilled Well

Consider the homogenous and anisotropic porous medium shown in Figure 1 with the following assumptions:

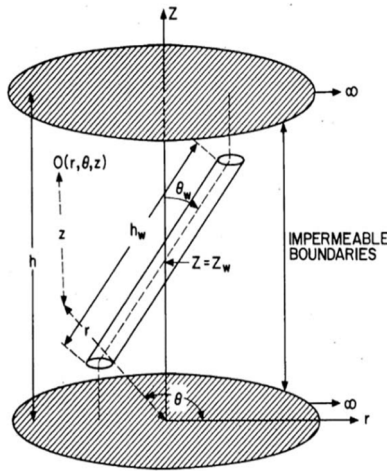


Fig. 1 Reservoir and wellbore system for calculating transient pressure distribution [17].

- Infinite in horizontal direction with thickness h, porosity ϕ , horizontal and vertical permeability k_r and k_z all of which are independent of time and pressure.
- Slightly compressible fluid with viscosity μ and compressibility C_i
- Well productive length h_w , wellbore radius r_w and the angle between wellbore axis and perpendicular line to the formation is θ_w . Constant production rate q_w and middle point of the productive section is at height z_w .
- No flow upper and lower boundaries
- Infinite acting reservoir with initial pressure P_i .

The solution to this problem is obtained using point source solution [20] and integrating it along the wellbore axis line. Finally, dimensionless average pressure of a wellbore fully penetrated into a reservoir layer at the dimensionless time tD is obtained as follows:

$$P_D(t_D, \theta'_w, h_D) = \frac{1}{2h_D} \left(\int_0^{t_D} \frac{e^{-\frac{1}{4\tau}}}{\tau} \int_{\frac{h_D}{2}}^{\frac{h_D}{2}} \exp \left[-\frac{\tan^2 \theta'_w (z + 0.3h_D)^2}{4\tau} \right] \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \tau}{h_D^2}} \cos(0.8n\pi) \cos \left(n\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h_D} \right) \right) \right] dz d\tau \right) \quad (1)$$

Dimensionless parameters in the above equation are

Dimensionless parameters in the above equation are defined as follows:

$$P_D = \frac{k_r \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} h \Delta P}{141.2 q_w \mu B} \quad (2)$$

$$t_D = \frac{0.000264 k_r t}{\mu \phi c_i r_w^2} \quad (3)$$

$$h_D = \frac{h}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} \quad (4)$$

$$z_{wD} = \frac{z_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} \quad (5)$$

$$h_{wD} = \frac{h_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z} \cos^2 \theta_w + \sin^2 \theta_w} \quad (6)$$

$$\theta'_w = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \tan \theta_w \right) \quad (7)$$

Equation 1 is the equation that is used for calculating acid injection rate in each of the reservoir layers in coupling with wellbore flow model.

Wellbore Flow Model

The model, which is used here, must be capable of predicting pressure distribution for single phase Newtonian fluid flow inside a cased-hole/open-hole slanted well. For this purpose, the model that is developed by Khalid Aziz et al is used here [19] in which wellbore wall inflow/outflow pressure gradient is considered in addition to acceleration, frictional and gravitational pressure drop. This model is applicable in different well completions, and it can be easily added to reservoir simulators or well IPR models. Consider the wellbore shown in Figure 2:

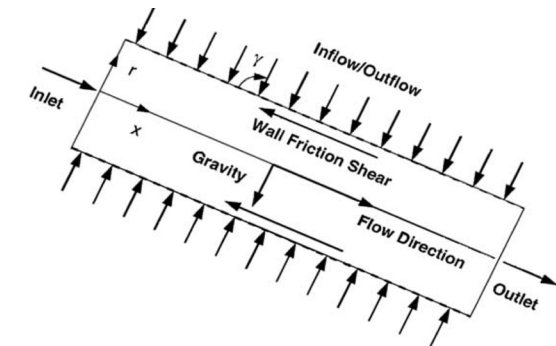


Fig. 2 Well schematic used for wellbore flow model [19].

If momentum balance is written for this well schematic (considering positive sign for injection rate) [21] and simplifying it, the following equation is obtained for pressure gradient inside wellbore:

$$\frac{dP}{dl} = \frac{2n_{perf}\rho dl}{g_c} \frac{A_{perf} v_{perf}}{A} - 4f \frac{dl}{d} \frac{\rho v^2}{2g_c} - \frac{n_{perf}\rho A_{perf}}{2g_c} \frac{v_{perf}^2}{A} \sin(2\gamma) + \frac{\rho g \Delta TVD}{g_c dl} \quad (8)$$

In Equation 8, n_{perf} is perforation shot density, ρ is the injection fluid density, A_{perf} is perforation cross sectional area, A is the wellbore cross sectional area, v and v_{perf} are velocity inside wellbore and perforating respectively, f is fanning friction factor (based on [19]), d is wellbore inner diameter, γ is well inflow/outflow angle, and is the change in true vertical depth along the length dl .

Semi-Empirical Wormhole Propagation Model

Modeling wormhole creation process is a difficult and complicated procedure. Lots of the published models, starts with basic chemistry and physics [22-24]. These models are commonly complex and thus could not be applied in field scale studies and are suitable for regenerating laboratory acid flood tests. In this study, a semi-empirical model developed by Buijse and Glasbergen [6] is used to calculate wormhole propagation. This model is almost a simple model in which wormhole propagation is obtained as a function of the acid injection rate or more precise, interstitial acid velocity. In this semi-empirical model, parameters such as: temperature, permeability, acid concentration and mineralogy, are not entered explicitly but contribute to the model with two matching parameters, W_{eff} and WB . This model can be used in open-hole and cased-hole condition. In cased-hole condition, available area for flow is so lower than the open-hole condition. As a result, acid interstitial velocity is much higher in cased-hole wells which affects wormhole propagation significantly. For modeling this phenomenon, it is assumed that perforations effect exists in the distance R_{eff} to $2R_{eff}$ in which effective wellbore radius (R_{eff}) is calculated based on [25].

Now, by coupling reservoir and wellbore flow models and simultaneous solution of their equations, acid injection rate could be calculated in each of the reservoir layers and finally, these injection rates are used to calculate wormhole propagation model in all layers.

Results and Discussion

In this section, wormhole propagation and skin factor evolution with time is obtained for a cased hole directional well. For this purpose, consider the reservoir layer and vertical vie of the wellbore shown in Figure 3.

Wormhole propagation and skin factor results can be observed in Figure 4 and 5.

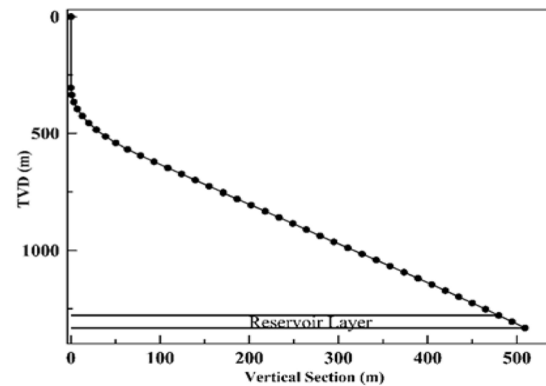


Fig. 3 Vertical view of the wellbore next to the reservoir layer.

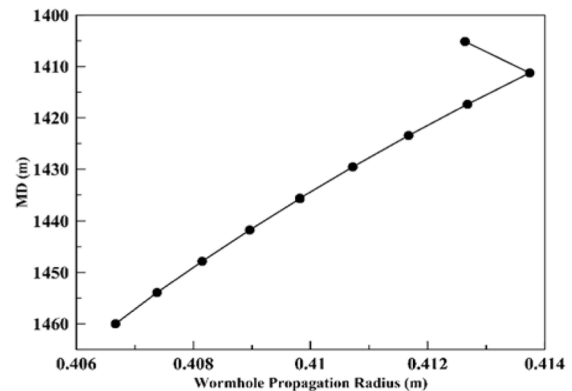


Fig. 4 Wormhole propagation profile for cased-hole completion.

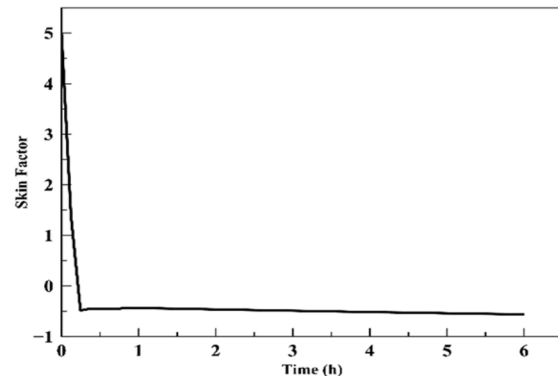


Fig. 5 Reservoir layer skin factor versus time for cased-hole completion.

Due to the presence of the perforations, flow velocity increases very much near the wellbore which will affect wormhole propagation profile and skin factor evolution significantly. For cased-hole completion, wormhole propagation is about 7.1 cm larger than open-hole one. As a result, skin factor has been reduced to a value of -0.5 for cased-hole completion in comparison with the 0.5 value for the open-hole case. This means that after a 6-hour acidizing treatment, which is a common time for acidizing operations, wormhole breakthrough has not been occurred though the damaged zone. Thus, satisfactory results have not

been obtained for open-hole conditions while it has been reached for cased-hole one, and well-reservoir connection is being obtained.

Conclusions

In this study, wormhole propagation in carbonate reservoirs during acidizing a cased-hole/open-hole directional well has been modeled. This model is the result of simultaneous solution of the unsteady-state flow equations in a reservoir containing a directional well and wellbore flow equations which will result in acid injection flow rate in each of the reservoir layers. Calculated flow rates are used to calculate wormhole propagation using a semi-empirical model and thus skin factor evolution with time. Based on the obtained results, wormhole propagation will reduce with depth and cased-hole completion, due to the presence of the perforation and severe increasing the velocity near the wellbore, causes deeper wormhole propagation and thus improving carbonate reservoirs acidizing treatment in comparison with open-hole one. It is necessary to use optimum number of the sublayers in the simulation to have a reasonable runtime and good accuracy. Although wormhole propagation will increase with well inclination to a specific depth, but minimum skin factor occurs in a specific inclination (not the maximum one) which must be considered during planning of the directional wells that their reservoir will require acidizing certainly.

References

1. Al Jawad M S H (2011) Development of a fully integrated acid fracture model, 2018.
2. Guo B (2015) Petroleum production engineering, a computer-assisted approach, Elsevier.
3. Schön J H (2015) Physical properties of rocks: Fundamentals and principles of petrophysics, Elsevier.
4. Wu Y, Kou J, Sun S, Wu Y S (2021) Thermodynamically consistent Darcy–Brinkman–Forchheimer framework in matrix acidization, Oil and Gas Science and Technology–Revue d'IFP Energies nouvelles, 76: 8.
5. Crowe C, Masmonteil J, Thomas R (1992) Trends in matrix acidizing, Oilfield Review, 4, 4: 24-40.
6. Buijse M A, Glasbergen G (2005) A semi-empirical model to calculate wormhole growth in carbonate acidizing, in SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers.
7. Aldhayee K, Ali M T, Nasr-El-Din H A (2018) Acid wormholing in multistage acid fractured wells completed in tight naturally fractured dolomite formation: benefits and impacts on acid fracturing stimulation design, in SPE International Hydraulic Fracturing Technology Conference and Exhibition, OnePetro.
8. Schwalbert M P, Zhu D, Hill A D (2019) Anisotropic-wormhole-network generation in carbonate acidizing and wormhole-model analysis through averaged-continuum simulations, SPE Production and Operations, 34, 01: 90-108.
9. Akanni O, Nasr-El-Din H (2015) The accuracy of carbonate matrix-acidizing models in predicting optimum injection and wormhole propagation rates, in SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, OnePetro.
10. Daccord G, Lietard O, Lenormand R (1993) Chemical dissolution of a porous medium by a reactive fluid—II. Convection vs reaction, behavior diagram, Chemical engineering science, 48, 1: 179-186.
11. Fredd C, Tjia R, Fogler H (1997) The existence of an optimum damkohler number for matrix stimulation of carbonate formations, in SPE European Formation Damage Conference, OnePetro.
12. Furui K, Burton R C, Burkhead D W, Abdelmalek N A, Hill A D, Zhu D, Nozaki M (2012) A Comprehensive model of high-rate matrix-acid stimulation for long horizontal wells in carbonate reservoirs: Part I—scaling up core-level acid wormholing to field treatments, SPE Journal, 17, 01: 271-279.
13. Glasbergen G, Kalia N, Talbot M S (2009) The optimum injection rate for wormhole propagation: myth or reality?, in 8th European Formation Damage Conference, OnePetro.
14. Behenna F (1994) Interpretation of matrix acidizing treatments using a continuously monitored skin factor, in SPE Formation Damage Control Symposium, Society of Petroleum Engineers.
15. Montgomery C, Jan Y M, Niemeyer B (1995) Development of a matrix acidizing stimulation treatment evaluation and recording system (MASTERS). SPE Production & Facilities, 10, 04: 219-224.
16. Prouvošt L P, Economides M J (1987) Real-time evaluation of matrix acidizing treatments, Journal of Petroleum Science and Engineering, 1, 2: 145-154.
17. Cinco H, Miller F, Ramey H (1975) Unsteady-state pressure distribution created by a directionally drilled well, Journal of Petroleum Technology, 27, 11: 1392-1400.
18. Carden R S, Grace R D (1998) Horizontal and directional drilling, Tulsa, Oklahoma, 2007.
19. Liangbiao O, Sepehr A, Khalid A (1998) A single-phase wellbore-flow model for horizontal, vertical and slanted wells, Spe Journal, 3, 02: 124-133.
20. Ley H C (1974) Unsteady-state pressure

- distributions created by a slanted well, or a well with an Inclined Fracture, Stanford University.
21. Ouyang L B, Arbabi S, Aziz K (1997) General single phase wellbore flow model. No. DOE/BC/14862-T1. Stanford Univ., CA (United States). Dept. of Petroleum Engineering.
 22. Daccord G, Touboul E, Lenormand R (1989) Carbonate acidizing: toward a quantitative model of the wormholing phenomenon, SPE production engineering, 4, 01: 63-68.
 23. Fredd C (2000) Dynamic model of wormhole formation demonstrates conditions for effective skin reduction during carbonate matrix acidizing, in SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Society of Petroleum Engineers.
 24. Panga M K, Balakotaiah V, Ziauddin M (2002) Modeling, simulation and comparison of models for wormhole formation during matrix stimulation of carbonates, in SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers.
 25. Karakas M, Tariq S M (1991) Semianalytical productivity models for perforated completions, SPE Production Engineering, 6, 01: 73-82.