

به کارگیری روش نلدر-مید در حل مدل‌های کشفی-فرآیندی جهت تخمین حجم ذخایر نفت

اعظم‌السادات ثلاثی یزد^۱، هادی عزیزی^{۱*} و سید محمدعلی شبانی^۲

۱- گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تفت، ایران

۲- دانشکده ریاضی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۳/۴/۱۹ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۰/۲۲

چکیده

برنامه‌ریزی و طراحی مدل‌های غیرخطی دارای کاربردهای گسترده‌ای در اقتصاد و صنعت می‌باشند. محققان بسیاری در سراسر دنیا در این رابطه مشغول به فعالیت هستند و هدف اصلی آن‌ها تهیه الگوریتم‌های محاسباتی کارایی است که توانایی ارزیابی مدل‌های غیرخطی را داشته باشند. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم نلدر-مید اشاره نمود. در مسائل مربوط به انرژی، انتخاب خط مشی مناسب اساساً وابسته به تخمین میزان حجم ذخایر و هزینه ناشی از انعقاد قراردادهای نفتی می‌باشد. مدل‌هایی که توانایی پیش‌بینی مخازن آینده و حجم نسبی آن‌ها را داشته باشند دارای ارزش فراوانی می‌باشند. با توجه به این که به کارگیری مدل‌های پیش‌بینی سنتی فاقد کارایی موثر می‌باشد، از این رو محققان در صدد یافتن روش‌های نوین مدل‌سازی حجم ذخایر نفت می‌باشند. این مقاله با استفاده از داده‌های اکتشاف و مدل‌های آماری، مدل جدیدی را جهت تخمین میزان حجم ذخایر نفت ارائه نموده و با استفاده از الگوریتم نلدر-مید، مدل فوق، در یکی از حوزه‌های نفتی مشهور مورد ارزیابی قرار داده شده است.

کلمات کلیدی: روش نلدر-مید، بهینه‌سازی، مدل‌سازی ریاضی، تخمین ذخیره، حجم ذخایر نفت

مورد میدان‌های نفتی منفرد باقی می‌ماند، اما امید این می‌رود که پیش‌بینی‌های مفیدی با استفاده از داده‌های اکتشاف و داده‌های کاوش که قبلاً صورت گرفته برای شکل متراکم یک حوزه نفتی به دست آید. به‌خصوص می‌توان مقدار کل ذخایر قابل وصول کشف نشده و از این‌رو مجموع مقدار اولیه حوزه نفتی را پیش‌بینی کرد. تجربه در آمریکا نشان داده است که برآورد میزان ذخایر در بسیاری جاها با تغییر روش به کار گرفته شده تغییر می‌کند.

هر چند اخیراً پیشرفت‌های زیادی در علم ژئوفیزیک و تکنیک‌های زمین‌شناختی صورت گرفته است، اما باز هم کاوش نه تنها در مطالعه ساختارهای زمین‌شناختی بلکه حتی در پیش‌بینی اندازه هر توده هیدروکربن که ممکن است شامل چنین ساختارهایی باشند یک ریسک بزرگ به شمار می‌آید. اگر چه این تردید و ریسک باز در

در سال ۱۹۸۳ دریو و شونمیر مدل آرپز و روبرتز را برای تخمین میزان ذخایر حوزه دنور به کار بردند. آن‌ها بر این عقیده بودند که توزیع اساسی لایه‌ها یکنوا می‌باشد و بر این اساس نقطه اوج لگانرمال که زیاد در توزیع اندازه میدان‌های کشف شده به چشم می‌خورد. خصوصیت اساسی توزیع را منعکس نمی‌کند. آن‌ها نیز مانند آرپز و روبرتز بر این عقیده بودند که شکل لگانرمال توزیع اندازه میدان نتیجه‌ای از برش اقتصادی می‌باشد [۵]. از جمله تحقیقات دیگری که در این زمینه صورت گرفته است را می‌توان در مراجع [۶-۸] مشاهده نمود. در برآورد میزان ذخایر زیر زمینی، اغلب به مسائل بهینه‌سازی بر می‌خوریم که دارای خصوصیات ناپایا هستند. در میان روش‌های بهینه‌سازی، روش‌های کارا برای حل مسائل دارای خصوصیت ناپایدار کمتر دیده می‌شود، اما روش نلدر-مید در تخمین میزان ذخایر زیرزمینی راه‌گشا می‌باشد. در برآورد میزان ذخایر در یک حوزه نفتی، به یک مدل ماکسیمم درست‌نمایی بر می‌خوریم. روش‌های برآورد ماکسیمم درست‌نمایی اساساً روش‌های نارایب بوده که حجم محاسباتی زیادی را طلب می‌نمایند. روش نلدر-مید برای ماکسیمم کردن مدل درست‌نمایی استفاده می‌شود. الگوریتم این روش با یکی از نرم‌افزارهای ریاضی نوشته شده و داده‌های ذخایر نفت کشف شده واقعی مورد امتحان قرار گرفته‌اند و نتایج به‌دست آمده ارائه شده است. جهت مطالعه بیشتر این روش می‌توان به منابع زیر مراجعه نمود [۹-۱۱].

مدل‌های کشفی فرآیندی اسمیت و اکارول

این مدل‌ها اساساً با توجه به تاریخچه کاوش در گذشته به ارائه برآوردهایی از تعداد و میزان کل مخازن در یک سطح نمونه می‌پردازد. دو مدلی که توسط اکارول و اسمیت ارائه شده‌اند، اساس کار ما در این تحقیق خواهد بود.

در سال ۱۹۲۲ سازمان نقشه‌برداری زمینی ایالات متحده، میزان ذخایر آمریکا را ۱۵ بیلیون بشکه تخمین زد. پس از جنگ جهانی اول این ترس به‌وجود آمد که ذخایر آمریکا در حال تمام شدن می‌باشد. برآوردهای دیگری که در حدود سال ۱۹۶۰ ارائه شد. این مقدار بین ۴۰۰ تا ۵۳۰ بیلیون بشکه تغییر یافت که باعث دلگرمی در مصرف و به‌کارگیری نفت در صنعت آمریکا شد. از این‌جا بود که محققین به فکر تهیه مدل‌هایی افتادند که بتوان با آن برآوردهایی معقول از میزان ذخایر نفت و گاز حوزه‌های نفتی به‌دست آورد. از جمله این مدل‌ها، مدل‌های کشفی-فرآیندی^۱ بودند که برای برآورد ذخیره میزان نفت و گاز باقی‌مانده در یک حوزه کاوش به کار گرفته شدند. چنین مدل‌هایی به لحاظ کلی ترکیبی از داده‌های حفاری و اکتشاف را برای برآورد به کار می‌بردند. اولین مدل در سال ۱۹۵۸ توسط آرپز و روبرتز ارائه شد. آنها یک مدل نمایی منفی را برای برآورد مخازن نفت و گاز حوزه دنور به کار بردند [۱]. مطالعات ریان در سال ۱۹۷۳ در زمینه کاوش بسیار مهم و قابل تامل می‌باشد. کافمن در سال ۱۹۷۵ فرآیند کاوش را با این فرض که کاوش به صورت نمونه‌گیری متناسب با اندازه می‌باشد، مدل‌بندی کرد [۲]. دو مدلی که توسط اوکارل و اسمیت در سال ۱۹۸۰ ارائه شدند، در حالت کلی، فرض کافمن را مد نظر قرار می‌دادند. مدل‌های آن‌ها بعداً توسط محققین دیگری مورد استفاده قرار گرفت. اولین مدل در MIT پایه‌ریزی شد و توسط اسمیت گسترش یافت. مدل دوم توسط کافمن مورد مطالعه دوباره قرار گرفت [۳].

مدل دیگری که تا حدود زیادی دارای اهمیت زیادی بود، مدل میسنر و دمیرمن می‌باشد. این مدل با نام کریمنگ معروف شد که بر اساس دو فرض زیر پایه‌ریزی شده بود:

- کاهش لجستیکی در نرخ پیروزی در حفاری
- توزیع اندازه لگانرمال با میانگین کاهشی برای میدان‌هایی که هنوز کشف نشده‌اند [۴].

مدل اول تعمیمی از کار کافمن در MIT می باشد و مدل دوم مستقلاً توسط اکارول در صنعت نفت انگلیس توسعه یافته است [۳]. برای ایجاد چارچوب مشخص برای تحلیل و آزمایش مدل های متعدد اکتشاف، لازم است تا قراردادهای خاصی را در این زمینه پذیرفت. اولین قرارداد پذیرفتن این فرض است که فرآیند اکتشاف در یک ناحیه محدود با اشکال زمین شناختی مشابه صورت گیرد، به طوری که شکل ساختمان ها این تصور را به وجود آورد که این ناحیه دارای هیدروکربن باشد. چنین ناحیه ای اصطلاحاً حوزه (play) نامیده می شود.

دومین قرارداد وابسته به شکل توزیع اندازه مخازن اصلی می باشد و شامل ذخایر پایه می باشد. یک فرض بر این قرار است که جامعه مخازن بر روی زمین به صورت یک جامعه لگانرمال می باشد. فرض محدودتر در این زمینه این است که هیچ گونه قیدی روی شکل جامعه وجود نداشته باشد. از این دیدگاه، انتخاب هر یک از این دو شق تا اندازه زیادی به مفروضات لگانرمالیتی بر می گردد. قرارداد سوم وجود حفره های خشک در چاه های کاوش می باشد که باعث رد شدن وجود یک مخزن در محل می شود. این امکان وجود دارد تا یک مدل ارائه شود که این پدیده را که به طور واقعی در فرآیند اکتشاف اتفاق می افتد را در خود مفروض داشته باشد.

قرارداد چهارم وابسته به قانون اکتشاف می باشد. احتمال اکتشاف وابسته به اندازه لایه می باشد.

کافمن اولین کسی بود که فرض کرد احتمال اکتشاف هر مخزن، در میان جامعه باقی مانده به طور اکید متناسب با اندازه مخزن می باشد [۲]. قرارداد پنجم مربوط به اکتشافات چندگانه می باشد. اگر رسوبات نفتی طوری تهنشین شوند که در یک لایه قرار داشته باشند آنگاه با کشف یک مخزن، مخازن دیگر موجود در آن لایه نیز خود به خود کشف می شوند. هم چنین اگر لایه های رسوبی روی هم افتاده وجود داشته باشند اکتشاف چندگانه ممکن می شود و باید در مدل اکتشاف تعبیه شود. آخرین قرارداد مربوط به انباشتگی داده ها می باشد. فرآیند کاوش را می توان به عنوان یک دنباله از چاه های منفرد و نتایج اکتشاف در نظر گرفت، بنابراین یکی از وظایف یک مدل خوب ارائه یک دنباله از چاه های منفرد می باشد. برآورد براساس داده های انباشته، باعث از دست رفتن اطلاعات مفید می شود و نتایج به دست آمده ممکن است دارای کیفیت ضعیف تری باشند. جدول (۱) توضیحات بالا را به طور خلاصه در بردارد. فرض بر این است که این خصوصیت اساسی در مخازن برقرار باشد و هم چنین توزیع اندازه، دل خواه، اما گسسته باشد و اندازه های مخازن ممکن، I بردار سطری $(s_1, \dots, s_J)$ باشد و فراوانی هر اندازه به صورت ترتیبی با بردار $(n_1, \dots, n_J)$ نشان داده شود، بنابراین حجم کل مخازن، R به صورت محاسبه $R = s \cdot n$ می شود. $I =$ تعداد سال هایی که داده ها جمع آوری شده اند. : بردار تعداد کل میدان ها در خانواده ۱ تا I می باشد.

جدول ۱ مقایسه ساختار مدل های اکتشاف.

مشخصات مدل	مدل A 1	مدل B1	مدل A2	مدل B2
واحد تحلیل	حوزه (play)	حوزه (play)	حوزه (play)	حوزه (play)
شکل توزیع	نامقید	لگا نرمال	نامقید	لگا نرمال
ریسک حفره خشک	مدل بندی نشده	مدل بندی نشده	مدل بندی شده	مدل بندی شده
احتمال اکتشاف	متناسب	متناسب	حالت کلی	حالت کلی
اکتشافات چندگانه	ندارد	ندارد	دارد	دارد
داده های انباشته	ندارد	ندارد	دارد	دارد

به کار گرفته شد. روش کار مبتنی بر میانگین وزنی داده‌ها می‌باشد. به این نوع گردآوری داده‌ها جمع‌آوری توافقی و به این گونه داده‌ها دنباله توافقی گفته می‌شود.

طبقه‌بندی گسسته

فرض می‌کنیم که این خصوصیت اساسی در مخازن برقرار باشد و همچنین توزیع اندازه دلخواه، اما گسسته باشد و اندازه‌های مخازن ممکن، J بردار سطری $(s_1, \dots, s_J)$ باشد و فراوانی هر اندازه به صورت ترتیبی با بردار $(n_1, \dots, n_J)$ نشان داده شود، بنابراین حجم کل مخازن، R به صورت $R = s \cdot n$ محاسبه می‌شود.

برای کاربرد عملی مدل، فرض می‌شود که مخازن مختلف با اندازه‌های مشابه در J خانواده ممکن گروه‌بندی شوند. در تحقیق صورت گرفته، یک دسته‌بندی ۷ سلولی به کار برده شده است. اولین خانواده با C_1 نمایش داده شده است که همه مخازن با اندازه تقریباً ۵۰ میلیون بشکه را شامل می‌شود. آخرین خانواده، C_7 ، مخازنی با حجم نزدیک به ۳/۲ بلیون بشکه را شامل می‌شود. جدول ۲ این دسته‌بندی را به طور خلاصه نشان می‌دهد. مثلاً در خانواده C_2 ، طول دسته $(Ln \frac{100}{\sqrt{2}}, Ln 100 \cdot \sqrt{2})$ و طول خانواده C ، $(Ln 50 \cdot \sqrt{2} = \frac{100}{\sqrt{2}}, \dots)$ می‌باشد. بنابراین طول همه این خانواده‌ها برابر می‌باشد (جدول ۳).

ریسک حفره خشک

در هر دو نوع مدل ۲ رابطه مستقیمی بین گسترش تحلیل‌رفتگی مخازن و حفره‌های خشک وجود دارد. مدل ۲ شاید در چنین شرایطی با داده‌های دریای شمال دچار پیریشانی شود چون هیچ رشد خاصی در حفره‌های خشک وجود ندارد تا تحلیل‌رفتگی مخزن‌ها را نشان دهد. در طول دوره تخمین، حفره‌های خشک رو به کاهش دارند (جدول ۴). این موضوع در چارچوب مدل ۲ تفسیر بهتری را، نسبت به گسترش ذخایر کشف نشده اضافه شده، نشان می‌دهد.

f_{it} : تعداد میدان‌ها در خانواده i می‌باشد که در طول سال t کشف شده‌اند. m_{it} : تعداد میدان‌ها در خانواده i می‌باشد که تا قبل از شروع سال t کشف شده‌اند. D_i : تعداد چاه‌های حفر شده در سال t می‌باشد. α, β : پارامترهای احتمال می‌باشند. در این جا فرض می‌شود S_i^a, β احتمال کشف یک میدان در خانواده i باشد، بنابراین $\alpha \geq 0, \beta > 0$.

مدل A1

$$L(I|n) = \prod_{t=1}^T \frac{(n_{I_t} - m_{I_t}) \cdot s_{I_t}}{(n - m_t) \cdot s} \quad (1)$$

مدل B1

$$L(I, n | \mu, \sigma, N) = \binom{N}{n_1, \dots, n_J} \cdot \prod_{t=1}^T \frac{(n_{I_t} - m_{I_t}) \cdot s_{I_t}}{(n - m_t) \cdot s} \cdot \prod_{j=1}^J [P_j(\mu, \sigma)]^{n_j} \quad (2)$$

مدل A2

$$L(I | n, \alpha, \beta) = \prod_{t=1}^T \left[\left(\frac{\beta \cdot s_{I_t}^\alpha}{1 - \beta \cdot s_{I_t}^\alpha} \right)^{n_{I_t}} \cdot \prod_{j=1}^J (1 - \beta \cdot s_j^\alpha)^{(n_j - m_{j,t})} \right] \quad (3)$$

مدل B2

$$L_1(D_1, \dots, D_T, F_{11}, \dots, F_{JT} | n, \alpha, \beta) = \prod_{t=1}^T \prod_{j=1}^J \frac{(n_j - M_{jt})}{(n_j - M_{jt} - F_{jt})} (\beta s_j^\alpha)^{F_{jt}} (1 - \beta s_j^\alpha)^{D_j(n_j - M_{jt} - F_{jt})} \quad (4)$$

$$L_p(n, a, b) = \binom{N}{n_1, \dots, n_I} \prod_{i=1}^I (p_i(a, b))^{n_i} N = \sum_{i=1}^I n_i p_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x | a, b) dx \quad (5)$$

$$L(D_1, \dots, D_T, F_{11}, \dots, F_{JT} | n, \mu, \sigma) = L_1(D_1, \dots, D_T, F_{11}, \dots, F_{JT} | n) \cdot L_p(n | N, \mu, \sigma) \quad (6)$$

قلمرو تحقیق و حجم نمونه

مشکل اصلی در جمع‌آوری داده‌های فوق عدم وجود مرجعی مشخص برای دستیابی به تمام داده‌ها به صورت یک جا می‌باشد. مقادیر به دست آمده از مراجع مختلف دارای اندازه‌های مختلفی می‌باشند. بنابراین لازم است که داده‌ها به صورت گسسته جمع‌آوری شوند، تا یک دنباله اکتشاف کامل به دست آید. برای اینکه اختلافات بین اندازه‌های گزارش داده شده تاثیر کمتری در برآوردها داشته باشند، یک روش طبقه‌بندی گسسته که تنها به یک نمایش تقریبی از اندازه مخازن احتیاج دارد

جدول ۲ طبقه‌بندی اندازه‌های مخازن.

دسته	اندازه (حجم، میلیون بشکه)	کران‌های دسته بر حسب معیار لگاریتمی
C_1	۵۰	$\text{Ln } 50 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_2	۱۰۰	$\text{Ln } 100 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_3	۲۰۰	$\text{Ln } 200 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_4	۴۰۰	$\text{Ln } 400 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_5	۸۰۰	$\text{Ln } 800 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_6	۱۶۰۰	$\text{Ln } 1600 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$
C_7	۳۲۰۰	$\text{Ln } 3200 \pm 1/2 \text{ Ln } 2$

جدول ۳ اکتشافات گذشته در شمال دریای شمال.

دسته اندازه	اندازه مخزن	داده‌های اکتشافات انجام شده	حجم مخازن قابل دسترسی (میلیون بشکه)
C_1	۵۰	۳۱	۱۵۵۰
C_2	۱۰۰	۱۳	۱۳۰۰
C_3	۲۰۰	۲۴	۴۸۰۰
C_4	۴۰۰	۱۶	۶۴۰۰
C_5	۸۰۰	۹	۷۲۰۰
C_6	۱۶۰۰	۵	۸۰۰۰
C_7	۳۲۰۰	۱	۳۲۰۰
مجموع کل		۹۹	۳۲۴۵۰

جدول ۴ تعداد ریسک حفره‌های خشک سالیانه.

سال	تعداد چاه حفر شده کاوش	تعداد اکتشافات	درصد شکست
۱۹۶۶	۱	۰	۱۰۰
۱۹۶۷	۱۱	۱	۹۱
۱۹۶۸	۱۲	۱	۹۲
۱۹۶۹	۲۰	۲	۹۰
۱۹۷۰	۲۱	۵	۷۶
۱۹۷۱	۲۵	۵	۸۰
۱۹۷۲	۳۴	۶	۸۹
۱۹۷۳	۴۷	۱۰	۷۹
۱۹۷۴	۵۸	۱۶	۷۲
۱۹۷۵	۸۸	۲۴	۷۳
۱۹۷۶	۶۷	۱۳	۸۱
۱۹۷۷	۵۶	۶	۸۹
مجموع کل	۴۴۰	۸۹	۸۰

احتمال اکتشاف متناسب با اندازه

در برآورد صورت گرفته، حجم کل مخازن قابل دسترس و توزیع اندازه میدان بیان می‌گردد. فرض می‌شود که احتمال اکتشاف اکیداً متناسب با اندازه مخزن باشد. در مدل‌های A_1 و B_1 این فرض به صورت یک پارامتر عددی تعریف می‌شود، ولی در مدل‌های A_2 و B_2 به طور مستقیم این فرض، قابل به کارگیری می‌باشد. جدول (۵) به صورت خلاصه پارامترهای متناظر با هر مدل را نشان می‌دهد.

ارزیابی مدل‌ها

برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها، نتایج را با وضع موجود مقایسه می‌نماییم. چند زمینه جهت مقایسه وجود دارد.

الف- ارزیابی مدل از نظر لگانرمالیتی

همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد همه مدل‌های بررسی شده در توزیع ذخایر نفتی دارای شکل چوله می‌باشند. یکی از توزیع‌هایی که ممکن است برای برآورد میزان ذخایر نفت مناسب باشد، توزیع لگانرمال می‌باشد. مدل‌های B این فرض را در خود دارند و به همین علت در تحلیل نهایی این فرض مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ب- بررسی مدل‌ها از نظر ریسک حفره‌های خشک

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، مدل‌های ۲، فرض حفره‌های خشک را در خود دارند. بنابراین در اعمال روش‌های ذکر شده می‌بایست فرض ریسک حفره‌های خشک را نیز مورد بررسی و ارزیابی قرار داد.

ج- ارزیابی مدل‌ها با توجه به میزان مخازن کشف شده تاکنون

یک از دست‌آوردهای عمده اعمال روش ریاضی نلدر-مید بر روی مدل‌ها تعیین برآوردی برای حجم ذخایر موجود در حوزه می‌باشد. با توجه میزان ذخایر نفتی که تاکنون کشف گردیده است می‌توان در مورد این خروجی‌ها نتیجه‌گیری نمود و مدلی را که بهتر می‌تواند حجم ذخایر حوزه را تقریب نماید مشخص کرد.

د- ارزیابی نتایج از نظر پایایی در طول زمان

یکی از خصوصیت ذاتی ماکسیمم درست‌نمایی این است که پارامترهای دیگری نیز می‌توانند درست‌نمایی را ماکسیمم نگه دارند. در مطالعه حاضر، این مسئله را می‌توان این گونه بیان کرد که برآوردهایی برای ذخایر وجود دارند که همچنان با دنباله تاریخی اکتشافات سازگار می‌باشند. در خروجی‌های حاصل به کارگیری مدل‌ها، پایایی نتایج نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

نتایج حاصل از به کارگیری روش نلدر- مید بر روی مدل‌های کشفی- فرآیندی

الگوریتم مقدماتی نلدر- مید

نقاط $X_1, X_2, \dots, X_{n+1}$ را به عنوان یک سیمپلکس در E_n در نظر می‌گیریم یک ضریب انعکاسی $\alpha > 0$ ، ضریب اتساع $\gamma > 1$ و ضریب انقباض $\beta > 1$ را برای شروع الگوریتم به کار می‌گیریم. حال گام اصلی الگوریتم به صورت زیر می‌باشد:

جدول ۵ بعد مدل‌های اکتشاف.

مدل	پارامترهای حقیقی مقدار	پارامترها با مقدار صحیح	بعد فضای پارامترها
A_1	-----	$n_1, n_2, \dots, n_j$	J
B_1	μ, σ	$n_1, n_2, \dots, n_j$	J+2
A_2	α, β	$n_1, n_2, \dots, n_j$	J+2
B_2	$\mu, \sigma, \alpha, \beta$	$n_1, n_2, \dots, n_j$	J+4

۱- گام اصلی

فرض کنید $X_1, \dots, X_{n+1} \in \mathcal{H}$ ، به طوری که:

$$f(X_s) = \text{فک} f(X_j) \quad f(X_r) = \text{فک} f(X_j)$$

$$1 \leq j \leq n+1 \quad 1 \leq j \leq n+1$$

همچنین فرض کنید $\bar{X} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} X_j$ ، به گام ۲ می‌رویم.

۲- فرض کنید $\bar{X} = \bar{X} + \alpha(\bar{X} - X_s)$ ، اگر $f(\bar{X}) > f(X_s)$

، $X_e = \bar{X} + \gamma(\bar{X} - X_s)$ را در نظر می‌گیریم و به گام

۳ می‌رویم در غیر این صورت گام ۴ را انتخاب می‌کنیم.

۳- نقطه X_s را با X_e تعویض می‌کنیم اگر $f(X_e) > f(X_s)$

و با X_s عوض می‌کنیم اگر $f(X_e) \leq f(X_s)$ باشد. به

این ترتیب $n+1$ نقطه جدید به دست می‌آوریم و به گام ۱ برمی‌گردیم.

۴- اگر $f(X_s) \neq f(X_e)$ آنگاه X_s را با X_e

تعویض می‌کنیم و با $n+1$ نقطه جدید به گام ۱

باز می‌گردیم در غیر این صورت گام ۵ را انتخاب می‌کنیم.

۵- فرض کنید X ، به صورت $f(X_s) = \text{فک} f(X_s)$

تعریف شده باشد همچنین $X^* = \bar{X} + \beta(X - \bar{X})$ را

در نظر می‌گیریم. اگر $f(X^*) > f(X_s)$ باشد

با $X_j + \frac{1}{p}(X_r - X_j)$ ، $j = 1, 2, \dots, n+1$ تعویض می‌کنیم و

به گام ۱ بازمی‌گردیم. اگر $f(X^*) \leq f(X_s)$ باشد X^* را

با X_s تعویض کرده و با $n+1$ نقطه جدید به گام ۱

باز می‌گردیم.

ارزیابی نتایج از نظر میزان ذخایر کشف شده تاکنون

بنابراین چه در جدول (۶) نشان داده شده است،

مدل‌های مرتب شده فوق بیان‌های متفاوتی از

دنباله داده‌های اکتشاف ارائه می‌دهند. برآورد ذخایر

قابل دسترس دارای بردی برابر ۴۰ تا ۷۲ بیلیون

بشکه می‌باشد که این تفاوت عجیب می‌نماید. در

باقی‌مانده این مطالعه عناصر ساختاری مدل‌ها که

در ایجاد این نتایج متعدد و گسترده نقش دارند

مورد بررسی قرار می‌گیرند. بعضی از خصوصیات

مدل‌ها آن‌چنان روشن و واضح می‌باشند که در

برآوردها آشکار می‌باشند. در هر حال نمی‌توان

یک مجموعه از برآوردها را بهترین در نظر گرفت.

متأسفانه منابع کمی وجود دارند که داده‌های آن‌ها در مورد حجم قابل دسترس مخازن موجه باشند. واضح است که دو نوع مدل ۲ تخمین‌های بهینه‌تری از ذخایر تولید می‌کنند اعتقاد بر این است که این نتایج برای مدل ۲ تا حد زیادی وابسته به فرض حفره‌های خشک می‌باشد.

بررسی فرض لگانه مالیاتی

یک خصوصیت ذاتی ماکزیمم درست‌نمایی این است که علاوه بر برآوردهای به دست آمده از روش ماکزیمم درست‌نمایی مقادیر پارامتری دیگری نیز وجود دارند که می‌توانند درست‌نمایی را هم‌چنان ماکزیمم نگه دارند. در مطالعه حاضر این مسئله را می‌توان این‌گونه بیان کرد که برآوردهایی برای ذخایر وجود دارد که هم‌چنان با دنباله تاریخی اکتشافات سازگار می‌باشند. اگر بتوان محدوده چنین پارامترهایی را مشخص نمود، قدرت تحلیل و آنالیز بهتری برای مدل‌ها به وجود می‌آید. تقریب توزیع X^2 از نسبت درست‌نمایی را می‌توان برای تشخیص محدوده ثابت ۹۵٪ برای حجم کل ذخایر به کار برد. در این جا قید ماکزیمم درست‌نمایی متناظر با حجم کل ذخایر (R) به گونه‌ای محاسبه می‌شود به طوری که پارامترهای جستجو تنها مقادیر $(n_1, n_2, \dots, n_r)$ را بگیرد که در قید $R = n$ صدق کند. به این ترتیب یک بعد از فضای پارامتری کاهش می‌یابد. با توجه به آن‌چه در مورد نسبت درست‌نمایی هست، در این جا $r = 1$ و بنابراین

$$-2LnL = X^2_{\alpha} \quad (8)$$

و در نتیجه

$$LnL = -1.92 \quad (9)$$

تعبیر رابطه فوق این است که اصولاً هر مخزنی که از لگاریتم ماکزیمم درست‌نمایی به اندازه $1/92$ کسری داشته باشد، نامناسب تشخیص داده می‌شود. (متناظر با مقادیر که حداکثر $1/92$ از ماکزیمم کمتر باشد). جدول (۷) نتایج حاصل شده را نشان داده است.

جدول ۶ تخمین ذخایر پایه شمال دریای شمال، داده‌های consensus.

مدل	حجم کل ذخایر قابل دسترس (بیلیون بشکه)	حجم کل ذخایر باقی مانده (بیلیون بشکه)	پارامترهای لگانه مال		پارامترهای احتمال		اندازه مخازن						
			μ	σ	α	β	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۴۰	۰/۸۰	۱/۶	۳/۲
A _۱	۴۳	۱۱	-	-	۱	-	۱۳۶	۳۲	۳۷	۱۸	۹	۵	۱
B _۱	۴۰	۸	-۱۱/۸۹	۳/۴	۱	-	۹۸	۴۰	۳۲	۱۷	۹	۵	۱
A _۲	۷۲	۴۰	-	-	۱	۰/۰۰۴۸	۳۴۸	۷۶	۷۷	۳۰	۱۱	۵	۱
B _۲	۶۶	۳۴	-۹/۷۸	۲/۶۶	۱	۰/۰۰۵۵	۲۵۴	۱۱۳	۶۲	۲۶	۱۰	۵	۱

جدول ۷ محدوده ثابت ذخایر دریای شمال.

مدل	ماکزیمم درست‌نمایی حجم ذخایر	۹۵٪ محدوده ثابت
A 1	۴۳	۳۵-۵۷
B 1	۴۰	۳۵-۵۰
A 2	۷۲	۵۱-۱۶۸
B 2	۶۶	۴۹-۱۰۸

پایایی برآوردها در طول زمان

عموما در نظر گرفتن این موضوع بسیار مهم است که آیا برآوردهای انجام شده با اضافه شدن داده‌ها تغییر می‌کند یا خیر. مبنای این تفکر این است که انتظار می‌رود در یک حوزه، در آینده به حجم اکتشافات افزوده شود. برای کاربردهای عملی محدودیت‌های ثابت بیان شده به این امر کمک فراوانی خواهد کرد. این محدودیت‌ها بردهایی را مشخص می‌کنند که اندازه‌های مخازن از آن برد نمی‌تواند تجاوز کند. بنابراین با اضافه شدن اکتشافات آینده مقادیر برآورد می‌تواند در این محدوده تغییر نماید. برای بررسی برآوردها، شناخت رفتار داده‌های موجود اهمیت زیادی دارد. برای آزمایش این امر داده‌های اولین ۵۰ اکتشاف که از داده‌های توافقی به دست آمده‌اند (تقریباً نیمی از داده‌های موجود که به صورت توافقی به دست آمده‌اند) مورد بررسی قرار گرفته و نتایج به دست آمده از این حالت با حالت قبل مقایسه می‌شود. نتایج در جدول (۸) ارائه شده است. با توجه به جدول فوق در می‌یابیم که برآوردهایی به دست

آمده، از داده‌های قبل بد شکل‌تر می‌باشند. به راحتی می‌توان نشان داد که با اضافه کردن ۵۰ اکتشاف بعدی حداقل ۳۰٪ به میزان برآوردها افزوده شود. دو امکان برای تحلیل مسئله فوق وجود دارد: ۱- شیب رو به پایین نمونه‌های کوچک چارچوب نمونه‌گیری را به هم می‌زند ولی با افزایش دادن داده‌ها این شیب تا حدود زیادی از بین می‌رود. ۲- داده‌های تاریخی جدید از داده‌هایی که از دوران قبل به دست آمده‌اند قابل استنادتر می‌باشند و بیشتر می‌توانند وضعیت جدید حوزه را نشان دهند. هر چند نمی‌توان نتایج به دست آمده از این حالت را نفی کرد، اما به نظر می‌رسد که بتوان نتایج این حالت را به نفع حالت قبل کنار گذاشت. نکته جالب این است که با اضافه کردن داده‌های جدید به دنباله اکتشافات، نتایج به دست آمده در بین مجموعه‌های ثابت به دست آمده از حالت قبل قرار می‌گیرد. همچنین بازه‌های ثابت به دست آمده از حالت اخیر همواره کوچک‌تر از حالتی است که ما نیمی از داده‌ها را در نظر بگیریم. با اضافه کردن اکتشافات قبلی حداقل به اندازه ۵ بیلیون بشکه از برد محدوده‌های ثابت کاسته می‌شود.

جدول ۸ پایایی برآوردها در طول زمان.

مدل	حجم نمونه	ماکزیمم درست‌نمایی حجم ذخایر	۹۵٪ محدوده ثابت
A 1	۵۰	۳۲	۳۵-۶۲
	۹۹	۴۳	۳۵-۵۷
B 1	۵۰	۳۱	۲۵-۵۰
	۹۹	۴۰	۳۵-۵۰
A 2	۵۰	۵۲	۳۴-۵۱۰
	۹۹	۷۲	۵۱-۱۶۸
B 2	۵۰	۴۶	۳۳-۱۱۰
	۹۹	۶۶	۴۹-۱۰۸

احتمال متناسب با اندازه

همان‌طور که قبلاً ذکر شد فرض بر این است که احتمال اکتشاف اکیدا متناسب با اندازه مخزن می‌باشد، اما در نظر گرفتن این فرض، خود باعث ایجاد یک محدودیت بزرگ در فرآیند اکتشاف می‌شود. در این بخش فرض می‌شود که محدودیت احتمال متناسب با اندازه، قیدی نامناسب باشد و بر این اساس در مدل ۲ تغییراتی به‌وجود آورده شد که به تحلیل‌گر اجازه دهد تا حالات دیگر را نیز در نظر گیرد. در مدل ۲ چهار حالت مجزا را در نظر گرفته شده است. این حالت‌ها با توجه به فاکتور متناسب به‌دست آمده است. هر یک از این حالت‌ها را به‌صورت ترتیبی با $\alpha = \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}$ نشان داده می‌شود. برای مثال در حالت $\alpha = \frac{1}{4}$ ، احتمال اکتشاف وقتی اندازه مخزن $\frac{1}{2}$ مقدار قبل شود دو برابر می‌شود. مقدار $\alpha = \frac{2}{3}$ را به‌صورت هندسی می‌توان به‌صورت زیر تعبیر کرد. اگر همه مخازن شکل مکعبی داشته باشند، آنگاه سطح گسترده هر مخزن به‌طور واضح برابر $\frac{2}{3}$ حجم مخزن می‌باشد، بنابراین در حالتی که $\alpha = \frac{2}{3}$ باشد مدلی به‌وجود می‌آید که در آن احتمال متناسب با سطح گسترده لایه می‌باشد.

جدول ۹ نتایج حاصل از استفاده چهار حالت جدید روی داده‌های قبل را نشان می‌دهد. حجم کل مخازن در هر حالت کاملاً به فاکتور اکتشاف یعنی α

حساس می‌باشد. در هر دو نوع مدل ۲ برآورد ذخایر وقتی α از $\frac{1}{4}$ به $\frac{4}{3}$ افزایش پیدا می‌کند، دو برابر می‌شود. دلیل این حساسیت نیز دور از ذهن نیست، تحت فرض $\alpha = \frac{4}{3}$ (وقتی تمایل زیادی برای کشف بزرگ‌ترین لایه‌ها در اولین اکتشاف‌ها باشد) تاخیر در اکتشاف هر مخزن بزرگ وجود تعداد نسبتاً زیاد مخازن کوچکی را نتیجه می‌دهد که تاکنون کشف نشده‌اند. این مسئله دلیلی بر انحراف و تعلل کاوش‌گر در اکتشاف لایه‌های بزرگ می‌باشد. اما در حالتی که مقدار کوچک α در نظر گرفته شود، تاخیر در اکتشاف هر مخزن بزرگ تا اندازه زیادی به فرض تصادفی بودن فرآیند اکتشاف برمی‌گردد. اختلاف در تخمین‌های به‌دست آمده در جدول (۹) مسئله بازنگری بحث تناسب را تقویت می‌کند اگر اعتقاد بر آن باشد که اندازه مخزن نقش بزرگی در بحث اکتشاف بازی می‌کند، در این صورت اکتشاف هر مخزن بزرگ بایستی تاثیر زیادی روی فرآیند اکتشاف مخازن باقی‌مانده داشته باشد.

راه دیگری که برای پیدا کردن مقدار بهینه پارامتر متناسب وجود دارد، استفاده از مقادیر درست‌نمایی متناظر با هر حالت می‌باشد که در جدول ۹ گنجانده شده است. هر حالتی که مقدار درست‌نمایی مدل کوچک‌تر به‌دست آید، حذف می‌شود. این فرآیند براساس آزمون نسبت درست‌نمایی حاصل می‌شود.

جدول ۹ تاثیر شاخص‌های تناسب روی برآورد ذخایر.

اندازه مخازن							وقوع اندازه میدان‌ها			
۳/۲	۱/۶	۰/۸۰	۰/۴۰	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵	لگ ماکزیمم درست‌نمایی در ماکزیمم	ماکزیمم درست‌نمایی حجم ذخایر	فاکتور تناسب	مدل
۱	۶	۱۳	۲۹	۵۶	۴۰	۱۲۹	-۳۹۷/۲۹	۵۶	۱/۲	۲A
۱	۵	۱۱	۲۷	۵۵	۴۳	۱۵۵	-۳۹۶/۲۲	۵۴	۲/۳	
۱	۵	۱۱	۳۰	۷۷	۷۶	۳۴۸	-۳۹۴/۶۵	۷۲	۱	
۱	۵	۱۲	۳۹	۱۲۸	۱۶۵	۹۷۰	-۳۹۳/۹۵	۱۲۷	۴/۳	
۱	۵	۱۱	۲۴	۴۵	۵۴	۱۰۱	-۴۰۰/۱۸	۴۹	۱/۲	۲B
۱	۵	۱۰	۲۳	۴۵	۵۹	۱۱۵	-۳۹۹/۲۱	۴۹	۲/۳	
۱	۵	۱۰	۲۶	۶۲	۱۱۳	۲۵۴	-۳۹۸/۶۰	۶۶	۱	
۱	۵	۱۰	۳۲	۹۲	۲۲۰	۵۶۴	-۳۹۸/۴۰	۱۰۱	۴/۳	

توان تهیه یک برد محدود از برآوردهای مناسب را ندارند. در این میان مدل‌های ۲ دارای برد وسیع‌تری می‌باشند. دو دلیل برای به‌وجود آمدن چنین امری وجود دارد:

۱- کاهش آشکار در ریسک حفره‌های خشک در اکثر مراحل کاوش و پایین آمدن اندازه میدان‌های کشف شده در اکتشافات متوالی. این دو مشخصه متناقض باعث ایجاد برد گسترده‌ای برای نقطه ماکزیمم می‌شود.

۲- دلیل دوم مربوط به استفاده از داده‌های سالیانه به جای اطلاعات میدان به میدان در مدل ۲ می‌باشد. این بدین معنی است که همه اطلاعات مربوط به اکتشاف و اندازه در طول سال از بین می‌رود. در مدل ۲ از دست رفتن دقت به‌علت این دو فاکتور بسیار محسوس‌تر از استفاده از داده‌های اضافی حفره‌های خشک می‌باشد.

با این استدلال به سادگی نمی‌توان حالت $\alpha = \frac{4}{3}$ را حذف کرد، چون در این حالت مقادیر درست‌نمایی از حالت $\alpha = 1$ کمتر نمی‌باشد. می‌توان فرآیند فوق را برای حالت‌های دیگری به غیر از این چهار حالت انجام دهیم تا یک بازه معقولی برای پارامتر α بیابیم، اما چیزی که مهم است این است که مقدار پارامتر α در نزدیکی واحد دور می‌زند و در سمت راست $\alpha = 1$ مقادیر مناسب‌تری به‌دست می‌آید.

نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر این مسئله را می‌توان به این گونه بیان کرد که برآوردهایی برای ذخایر وجود دارد که همچنان با دنباله تاریخی اکتشافات سازگار می‌باشند. از نتایج اعمال روش نلدر- مید این‌گونه می‌توان نتیجه گرفت که هیچ یک از مدل‌ها

مراجع

- [1]. Arps J. J. and Roberts T. G., "Economics of Drilling for Cretaceous Oil on East Flank of Denver-Julesburg Basin," Amer. Assoc. Pet. Geol. Bull., Vol. 42, pp. 2549-256, 1958.
- [2]. Kaufman G. M., "Statistical Decision and Related Techniques in Oil and Gas Exploration," Prentice-Hall, New York, 1962.
- [3]. O'Carroll F. M. and Smith J. L., "Probabilistic Methods for Estimating Undiscovered Petroleum Resources," In

Advances in the Economics of Energy and Resources, Vol. 3, (R.s. PINDYCK, ED) pp. 31-63, Jai Press, Greenwich, Connecticut, 1998.

[4]. Meisner, J. and Demirmen, F., "*The Creaming Method: A Baysian Procedure to Forecast Future Oil and Gas Discoveries in Mature Exploration Provinces*," J. R. Statistic. Soc. A, Vol. 144, No.1, pp. 1-31, 1981.

[5]. Schuenemeyer, J. H. and Drew, L. J., "*A Procedure to Estimate the Parent Population of the Size of Oil and Gas Fields as Revealed by a Study of Economic Truncation*," Mathematical Geology, Vol. 15, pp. 145-161, 1983.

[6]. McLane, M., Gouveia, J., Citron, G. P., MacKay, J., Rose, P. R., "*Responsible reporting of uncertain petroleum reserves*," AAPG Bulletin, Vol. 92, No. 10, pp. 1431-1452, 2008.

[7]. Chen, Z., Osadetz, K. G., "*Improving reservoir volumetric estimations in petroleum resource assessment using discovery process models*," Petroleum Science, Vol. 6, pp. 105-118, 2009.

[8]. Jakobsson, K., "*Petroleum production and exploration*," Uppsala, Sweden, 2012.

[9]. Kelly, C. T., "*Detection and Remediation of Stagnation in the Nelder-Mead Algorithm using a sufficient decrease condition*," Technical Report, Department of Mathematics, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, USA.

[10]. Lagarias, J. C. and et al., "*Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Algorithm in Low Dimensions*," SIAM J. OPTIM., Vol. 9, pp. 112-147, 1998.

[11]. McKinnon, K. I. M., "*Convergence of The Nelder-Mead Simplex Method to a Nonstationary Point*," SIAM J. OPTIM., Vol 9, No 1, pp. 148-158, 1998.